

THÈSE

PRÉSENTÉE

A L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT-FERRAND

(U.E.R. DES SCIENCES EXACTES ET NATURELLES A DOMINANTE RECHERCHE)

POUR OBTENIR LE GRADE

DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Georges CORNET

Agrégé de l'Université

ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN GÉNÉRATEUR HYPERFRÉQUENCE
UTILISANT UNE STRUCTURE TRIDIMENSIONNELLE

Thèse soutenue le 3 Décembre 1971 devant la Commission d'examen :

Président : M. G. RAOULT
Examineurs : M. R. COMBE
M. A. SEPTIER
M. R. FANGUIN

THÈSE

PRÉSENTÉE

A L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT-FERRAND

(U.E.R. DES SCIENCES EXACTES ET NATURELLES A DOMINANTE RECHERCHE)

POUR OBTENIR LE GRADE

DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Georges CORNET

Agrégé de l'Université

**ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN GÉNÉRATEUR HYPERFRÉQUENCE
UTILISANT UNE STRUCTURE TRIDIMENSIONNELLE**

Thèse soutenue le 3 Décembre 1971 devant la Commission d'examen :

Président : M. G. RAOULT
Examineurs : M. R. COMBE
 M. A. SEPTIER
 M. R. FANGUIN



UNIVERSITE DE CLERMONT

U. E. R. DES SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

Président de l'Université : M. KOHLMULLER Robert

Directeur (Recherche) : M. GUILLAUME Marcel

PROFESSEURS

M.	RAMBAUD René	Chimie
M.	ROQUES Maurice	Géologie
M.	LAPADU-HARGUES	Minéralogie
M.	LUTZ Gaston	Biologie Animale
M.	RAOULT Gaston	Physique
M.	CHAMPAGNAT Paul	Physiologie Végétale
M.	DUPLESSIS-KERGOMARD Alain	Chimie
M.	AVAN Jean-Louis	Physique expérimentale
Mme	HENNEQUIN Françoise	Mathématiques Pures
Mle	BERTHET Ginette	Physique
M.	LOISEAU Jean	Botanique
M.	COMBE René	Physique
M.	DE PUYTORAC Pierre	Zoologie
Mme	AVAN Madeleine	Physique
Mle	DONDON Marie-Louise	Chimie Physique
M.	DELOST Paul	Physiologie Animale
M.	VIALARD André	Chimie
M.	KOHLMULLER Robert	Chimie Minérale
M.	GUILLAUME Marcel	Algèbre
M.	COMBE Jean	Physique
M.	HENNEQUIN Paul	Mathématiques Appliquées
M.	L'HERITIER Philippe	Génétique
M.	VESSIERE Roger	Chimie Organique
M.	BAILLAUD Lucien	Botanique
M.	BERNARD Maurice	Physique
N.....		Chaire de Chimie Physique
M.	ACCARY	Métallurgie - C. U. S. T.

PROFESSEURS ASSOCIES

M.	ROCCOS Pantelis	Mathématiques Pures
M.	PEREZ	Mathématiques Appliquées

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M.	PETERLONGO Jean-Marc	Géologie
M.	BATHIER Marcel	Physique
Mle	UCHER Suzanne	Chimie

M.	FALGAS Maurice	Mathématiques Pures
M.	MARTINET Pierre	Chimie
M.	MAISONNEUVE Jacques	Géologie
M.	CAPESTAN Michel	Chimie
M.	LENOIR Marcel	Mathématiques Pures
M.	THOMAS Jean	Physique
M.	ISABELLE Didier	Physique
M.	SOULAGE René	Géophysique Générale
M.	COURDUROUX Jean-Claude	Botanique
M.	JOYON Louis	Biologie - I. U. T. Clermont
M.	ROCHE Jean	Physique - I. U. T. Clermont

MAITRES DE CONFERENCES

M.	DUFAURE Jean-Pierre	Cytophysiologie
M.	BADRIKIAN Albert	Mathématiques Appliquées
M.	GRAIN Jean	Zoologie
Mme	BESSERRE Anne-Marie	Mathématiques Pures
M.	JEAN Claude	Physiologie Animale
M.	LE THAN PHONG	Mathématiques Pures
M.	MIGNOT Jean-Pierre	Zoologie
M.	VELLEY Georges	Psycho-Physiologie
M.	COUSSEINS Jean-Claude	Chimie
M.	LEMAIRE Jacques	Chimie
M.	CHADEYRAS Marcel	Mathématiques Pures
M.	BOILLAT Guy	Mathématiques Pures
M.	CADORET Robert	Physique
M.	LE MEN François	Physique
M.	GAGNY Claude	Géologie
M.	LARPENT Jean-Paul	Microbiologie Appliquée C. U. S. T.
M.	BESSERRE Daniel	Spectroscopie C. U. S. T.
M.	ACKERMANN Patrick	Electronique Automatique C. U. S. T.
M.	LHOMME Jean	Chimie des Substances Nat. C. U. S. T.
M.	AUSLENDER Alfred	Mathématiques Appliquées
M.	IMBAUD	Physique
M.	COULOMBEAU	Chimie Organique Physique C. U. S. T.
M.	FANGUIN René	Physique - I. U. T. Clermont
M.	GUILLOT Albert	Biologie Appliquée - I. U. T. Clermont
M.	NIGOND Jacques	Agronomie - I. U. T. Clermont
M.	LEVY Philippe	Physique - I. U. T. Montluçon
M.	MERCIER Michel	Physique - I. U. T. Montluçon
M.	PRORIOI Joseph	Physique - I. U. T. Montluçon
M.	ROCHE Guy	Physique - I. U. T. Montluçon

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M.	COFFI-N'KETSIA Barben	Mathématiques Pures
M.	DUSSAUCHOY	Informatique C. U. S. T.
M.	LETAC Gérard	Mathématiques et Informatique - I. U. T. Clermont

SECRETAIRE GENERALE

Mme CHOPART Marie-Louise

Lorsque j'ai abordé les études supérieures à l'Université de Clermont, Monsieur le Professeur G. Raoult a été mon premier maître. Je ne l'ai pas quitté depuis : il s'est intéressé au cours de mes études et m'a détourné in extremis d'une carrière de professeur de Mathématiques en me faisant attribuer un poste d'assistant de Physique ; il m'a accueilli dans son laboratoire, où, sous sa direction, j'ai préparé un Diplôme d'Etudes Supérieures, puis l'Agrégation des Sciences Physiques ; c'est lui qui m'a proposé le sujet de cette thèse et qui m'a procuré les moyens matériels nécessaires à son entreprise ; il n'a pas cessé de me guider et de me prodiguer, dans les périodes d'abattement, ses encouragements les plus vifs. Pour tout cela, je prie Monsieur le Professeur G. Raoult de bien vouloir accepter l'expression de ma sincère gratitude et de mon entier dévouement.

J'ai également bénéficié de l'enseignement de Monsieur le Professeur R. Combe, et particulièrement de son cours sur la propagation guidée, dans le cadre du certificat de Radioélectricité ; j'ai pillé son mémoire concernant l'étude de la dispersion dans un guide cylindrique chargé par des iris, afin de l'adapter à mon problème, et la méthode exposée m'a été d'un très grand secours. Je prie Monsieur le Professeur R. Combe de croire en ma sincère reconnaissance.

Monsieur A. Septier, Directeur scientifique du C.N.R.S., a accepté de me faire l'honneur de siéger au jury de cette thèse ; il a bien voulu, alors que je me trouvais en proie au doute et à la dépression, me donner des conseils éclairés et de vifs encouragements ; il s'est toujours intéressé, depuis, aux résultats de mes travaux. Je prie Monsieur A. Septier d'agréer l'expression de mes remerciements respectueux.

Monsieur R. Fanguin, Maître de Conférences, m'a fait l'honneur et l'amitié de participer au jury ; en outre, ses tiroirs de petit matériel ne fermant pas à clef, j'ai souvent puisé dans leurs richesses sans parcimonie et avec l'amicale complicité de Monsieur F. Blanc. Que Monsieur Fanguin veuille bien trouver ici, l'expression de mes remerciements les plus cordiaux.

J'ai également une dette de reconnaissance envers Monsieur le Professeur P.L. Hennequin, Directeur du Laboratoire de Calcul numérique de l'Université ; il m'a toujours facilité l'accès de ses machines et, après la défection de l'ordinateur devant l'un de mes calculs, il m'a indiqué une méthode littérale de résolution qui s'est révélée fructueuse.

Je présente aussi mes remerciements à Madame P. Beretti qui m'a initié à la programmation et a assuré le succès de mes calculs.

Monsieur R. Zwobada, Directeur de la Société L.M.T., m'a apporté, tout au long de mes travaux de recherche, l'aide de son expérience et son appui moral et matériel. Je suis heureux de pouvoir présenter à Monsieur R. Zwobada, ainsi qu'à ses collaborateurs, Messieurs Piatti, Béal et Kaeck, qui ont accepté de me dévoiler quelques uns de leurs secrets, l'expression de ma profonde reconnaissance.

Mes travaux expérimentaux n'auraient pu être entrepris sans l'aide financière de la Direction des Recherches et Moyens d'Essais (contrat n° 22/67). Nos rapports avec cet organisme ont toujours été d'une grande facilité grâce à l'amabilité et à la compréhension de Monsieur Corfdir et de Madame Segard.

Je ne dois pas sous-estimer l'aide continuelle que j'ai reçue de la part de mes camarades de laboratoire, grâce à l'atmosphère d'amitié et de bonne humeur qu'ils ont su créer dans notre local, pourtant exigü ; le flegme et l'humour de Monsieur J.P. Cueille, l'assistance fidèle de Monsieur F. Pulvin, les quotidiennes visites de Monsieur F. Blanc et de

Monsieur R. Bon, et les gracieuses apparitions de Mademoiselle F. Croze ont su transformer une équipe de chercheurs en un cercle d'amis.

Cependant Monsieur F. Pulvin ne s'est pas borné à créer une ambiance ; il a été le collaborateur efficace et compétent sans lequel l'étude expérimentale de cette thèse n'aurait pu être menée à bien. Il a imaginé, réalisé et assemblé la majeure partie des pièces mécaniques ; il a effectué les montages électriques ; il m'a assisté dans toutes les expériences ; il a partagé mes espoirs, mes déceptions et mes succès. Je lui en suis extrêmement reconnaissant.

La présentation matérielle de ce mémoire est le fruit d'une oeuvre collective. Monsieur J.P. Cueille a apporté un soin méticuleux à la correction du manuscrit ; Madame N. Rouganne a assuré la frappe des calques avec un goût délicat et une charmante gentillesse ; Monsieur P. Moreau m'a fait profiter de sa haute technicité en matière de prise de vue ; Monsieur F. Pulvin a tracé les dessins d'une main sûre et appliquée ; Monsieur C. Achard et Monsieur M. Puchol ont réalisé les tirages avec une minutieuse compétence.

Je leur demande, à tous, d'accepter mes sincères remerciements.

—:—

1. Introduction	7
2. Généralités sur les ondes électromagnétiques	8
3. Définition de l'impédance	10
4. Expression des densités des courants de champ électromagnétique	11
5. Expression des densités de champ électromagnétique dans le vide	12
6. Expression des densités de champ électromagnétique dans les conducteurs	14
7. Principe de rayonnement des courants de champ électromagnétique	16

Sommaire

INTRODUCTION	1
<u>PREMIERE PARTIE - ETUDE DU CIRCUIT</u>	
CHAPITRE I - ETUDE THEORIQUE DU CIRCUIT	
§ 1. Système de plaques métalliques parallèles percées de fentes	7
§ 2. Considérations sur les conditions aux limites	9
§ 3. Théorème de Floquet-Bloch	10
§ 4. Expressions générales des composantes du champ électromagnétique	11
§ 5. Expressions des composantes du champ électromagnétique dans le guide	12
§ 6. Expressions des composantes du champ électromagnétique dans les corrugations	14
§ 7. Principe du raccordement des composantes du champ électromagnétique	18

§ 8. Raccordement du champ électromagnétique sur la surface $x = a/2$	20
§ 9. Equation de dispersion	23
§ 10. Autres modes	26
§ 11. Etude générale de l'équation de dispersion	28
§ 12. Mode fondamental des guides à fentes ouvertes	34
§ 13. Guides à fentes inégales alternées	35

CHAPITRE II - ETUDE NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE DE LA DISPERSION

§ 1. Etude numérique de l'équation de dispersion	39
§ 2. Vérifications expérimentales de l'équation de dispersion	41
§ 3. Influence des dimensions	46
§ 4. Etude expérimentale de l'extension spatiale	49
§ 5. Etude expérimentale des modes SS et AS des guides à fentes inégales	55

DEUXIEME PARTIE - ETUDE DE L'OSCILLATION

CHAPITRE I - ETUDE THEORIQUE DE L'INTERACTION ENTRE L'ONDE ET LE FAISCEAU

§ 1. Solution continue en coordonnées cartésiennes	61
§ 2. Solution harmonique en coordonnées cartésiennes	64
§ 3. Recherche d'une onde de type T.M.	66
§ 4. Recherche d'une onde de type T.E.	67
§ 5. Expressions des composantes du champ électromagnétique	67
§ 6. Equation de dispersion et d'absorption	69
§ 7. Calculs numériques	70

§ 8. Onde stationnaire	75
§ 9. Expressions des conditions aux limites	78
§ 10. Réduction du système d'équations	82
§ 11. Amplification ou atténuation de l'onde stationnaire ..	86

CHAPITRE II - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

§ 1. Optique électronique	93
§ 2. Enceinte à vide	104
§ 3. Réalisation des structures	111
§ 4. Banc de mesure	112

CHAPITRE III - ETUDE EXPERIMENTALE D'UN ELEMENT DE STRUCTURE

§ 1. Structure de type "à fentes fermées"	119
§ 2. Structure de type "à fentes ouvertes"	120
§ 3. Etude particulière du mode de fréquence $f = 9,6$ GHz .	126

CHAPITRE IV - ETUDE DE L'EXTENSION

§ 1. Principe de l'extension	133
§ 2. Groupement serré	136
§ 3. Groupement lâche	140

CONCLUSION	147
------------------	-----

BIBLIOGRAPHIE	151
---------------------	-----

Introduction

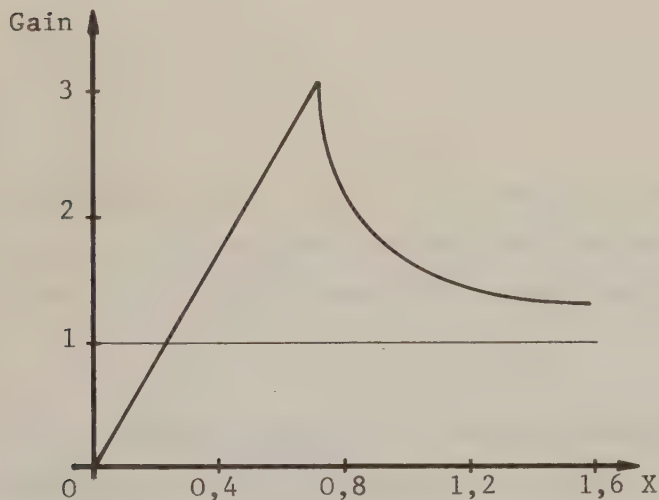
Lorsque nous entreprenons nos travaux, en 1962, l'idée d'associer des tubes électroniques en parallèle, en vue d'obtenir des puissances plus élevées (qu'il s'agisse d'amplificateurs ou d'oscillateurs) n'est déjà pas nouvelle.

Dès 1951, S. Millman, dans son article : "A spatial harmonic traveling-wave amplifier for six millimeters wavelength", décrit un amplificateur réalisé au moyen de quatre rangées de demi-barreaux réunis, d'un seul côté, par une plaque métallique et entre lesquels s'écoulent des faisceaux électroniques. Ce système, utilisé dans la bande Q, et permettant d'obtenir un gain d'environ vingt décibels, au moyen d'un courant électronique de quatre milliampères, peut être considéré comme une association en parallèle de plusieurs tubes élémentaires. Cet amplificateur est vraisemblablement la première réalisation dans le domaine des tubes tridimensionnels ; cependant, il n'apparaît pas que S. Millman ait songé à entreprendre une étude systématique du groupement et son article ne comporte aucune comparaison entre les performances de son tube et celles qui auraient pu être obtenues au moyen de l'association d'un nombre différent de tubes élémentaires.

Il semble qu'il ait fallu attendre l'année 1956 pour que G. Mourier, dans une communication faite à Paris au Congrès international des tubes

hyperfréquences, et reprise en 1958 dans un article intitulé : "Circuits à structure périodique à deux et trois dimensions", fasse une étude théorique de ce type de structures, en recherchant les avantages et les inconvénients qu'il pourrait présenter.

En 1961, E.A. Ash, dans un article intitulé : "A note on impedance and saturation power of a multiple ladder array at millimetre wavelengths", montre que, théoriquement, la puissance fournie par un assemblage de n échelles est supérieure à n fois celle qui serait délivrée par une échelle unique ;



le gain ainsi obtenu dépend de la distance a séparant deux échelles voisines ; la courbe ci-contre représente les variations de ce gain en fonction de la "distance normalisée" : $X = \gamma \frac{a}{2}$, γ désignant la constante de propagation de l'onde se propageant le long de l'échelle.

Cependant, ces conclusions optimistes ne doivent pas nous inciter à l'euphorie ; en fait, l'auteur recherche comment varient les puissances qui devraient être obtenues en découpant, à l'aide d'échelles parallèles, un faisceau électronique d'étendue transversale donnée, en un grand nombre de faisceaux de plus petites sections. Cette démarche est donc plus une recherche de la distance optimale entre deux circuits voisins que l'étude comparée des rendements respectifs d'un empilement et de l'un des circuits élémentaires qui le constituent. De plus, l'auteur ne tient pas compte, dans ses calculs, des pertes supplémentaires dues à l'adjonction de nouvelles échelles.

La même année, E.A. Ash, L. Solymar et A.C. Studd, dans leur article : "Some properties of multiple BWO's", décrivent un oscillateur à onde

inverse fonctionnant au moyen de deux faisceaux et de trois échelles à barreaux croisés ; mais les résultats expérimentaux qui sont donnés ne concernent que les courants de démarrage et ne permettent pas d'en comparer les performances avec celles d'un oscillateur de même type comportant un seul faisceau. D'ailleurs, en 1963, E.A. Ash et J. Froom admettent que "jusqu'à présent, il n'a pas été rapporté de résultats concernant des circuits multiples réels fonctionnant aux longueurs d'onde millimétriques". A notre connaissance, il en est toujours ainsi.

Dans le domaine des oscillateurs, il est certain que les performances atteintes au moyen des magnétrons rendent la recherche de plus grandes puissances sans intérêt pratique dans les bandes de fréquences couramment utilisées. Par contre, dans les bandes de fréquences plus élevées, où la construction et le fonctionnement des oscillateurs classiques se heurtent à de graves difficultés, l'amélioration du niveau de puissance ou l'obtention de courants de démarrage plus faibles peuvent présenter un grand intérêt. C'est ainsi que, pour prendre un exemple extrême, il ne se trouve actuellement pas, au-delà de 100 GHz (bande F), de générateur commercialisé en dépit de l'existence d'un grand nombre d'équipements de mesure destinés à ces fréquences.

C'est dans le but d'apporter une contribution au développement des oscillateurs dans ces domaines que nous avons entrepris nos recherches. Cependant, en vue de faciliter nos études, tous nos travaux ont été effectués dans la bande X, avec le souci permanent de l'adaptation future des résultats obtenus aux plus courtes longueurs d'onde.

Ainsi, nous nous sommes proposés de rechercher les caractéristiques de fonctionnement d'un oscillateur constitué par un assemblage de plaques métalliques percées de fentes, l'ensemble étant limité par les parois d'une cavité.

Dans une première partie, nous faisons une étude théorique et expérimentale du circuit, en l'absence d'électrons, pour rechercher les

caractéristiques de l'onde stationnaire pouvant exister dans de telles structures. L'une des deux ondes progressives constitutives de cette onde stationnaire, peut, si elle est suffisamment ralentie, entrer en interaction avec un faisceau électronique voyageant à une vitesse voisine, et le but de cette première partie a été de rechercher les dimensions et les espacements à donner aux fentes pour réaliser ce synchronisme, dans la bande de fréquences désirée.

La seconde partie est l'étude de l'oscillateur. Dans le chapitre I, nous présentons une étude théorique de l'interaction onde-faisceau, au moyen de la théorie des petits signaux ; nous démontrons que l'onde stationnaire existant dans la cavité peut être considérée comme la somme de quatre ondes progressives ; les calculs nous conduisent alors aux conditions optimales d'oscillation d'un tube. Dans le chapitre II, nous faisons une brève description de l'appareillage utilisé pour l'étude expérimentale décrite dans le chapitre III, où figurent les principaux résultats observés au cours de l'oscillation d'un tube élémentaire. Enfin, le chapitre IV est consacré aux résultats expérimentaux obtenus avec un groupement de deux tubes élémentaires fonctionnant simultanément.

—:—

Première partie

ETUDE du CIRCUIT

Chapitre I

Etude théorique du circuit

§ 1 - Système de plaques métalliques parallèles percées de fentes

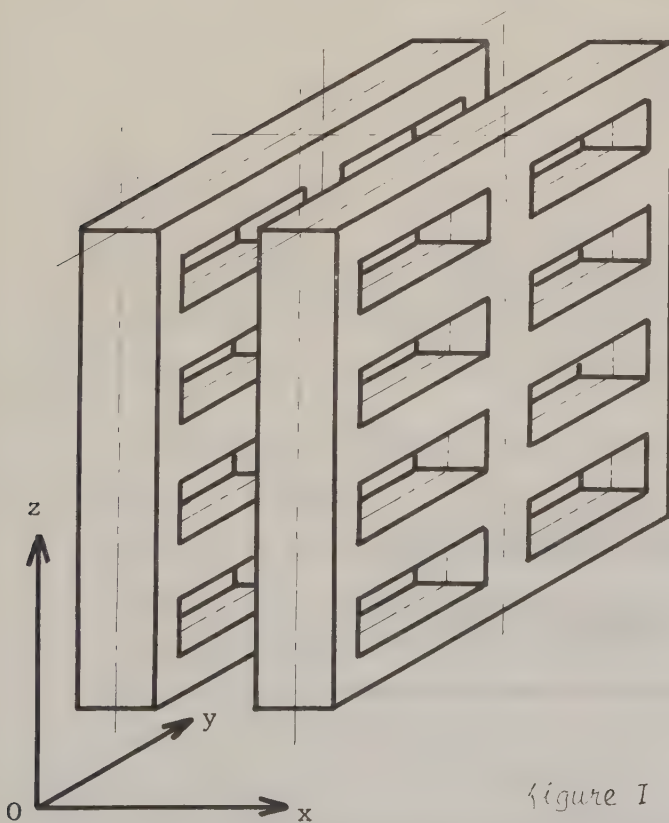


figure I

Nous nous proposons d'utiliser un circuit constitué par un système de plaques métalliques percées de fentes (fig. 1); les ondes électromagnétiques se propageant suivant la direction Oz , pouvant entrer en interaction avec un faisceau électronique circulant dans la même direction dans les espaces ménagés entre les plans conducteurs.

Les champs étant supposés stationnaires selon les directions Ox et Oy

et les conditions aux limites concernant ces directions étant supposées convenablement choisies, la configuration des lignes de champ possède les

mêmes symétries que le système de plaques conductrices. L'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans une telle structure peut être faite, dans ces conditions, en considérant simplement, dans ce réseau, le motif élémentaire limité par les plans de symétrie représentés sur la figure 1.

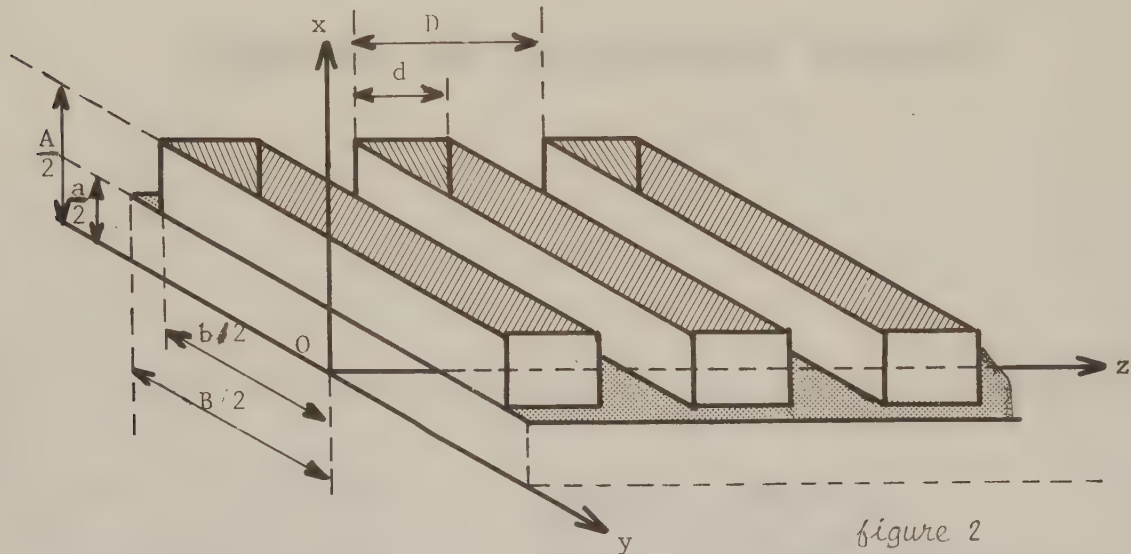


figure 2

Ce motif est représenté sur la figure 2 ; il a la forme d'un plan conducteur chargé par des cavités parallélépipédiques. Nous désignons par a , A , b , B , d , D , les six paramètres géométriques permettant de définir le système, ces dimensions étant représentées sur la figure 2.

Nous nous proposons de rechercher théoriquement l'équation de dispersion d'un tel système, c'est-à-dire de trouver la relation entre les dimensions caractérisant le motif, la fréquence et la vitesse de phase de l'onde. Nous avons utilisé une méthode décrite par R. Combe et M. Feix, concernant les guides cylindriques chargés par des iris; elle consiste à rechercher les solutions générales des équations de Maxwell dans le canal central, puis dans les cavités, à écrire les conditions aux limites sur les surfaces métalliques et à procéder au raccordement des composantes du champ électromagnétique sur les surfaces communes limitant ces deux zones.

§ 2 - Considérations sur les conditions aux limites

Nous recherchons une solution pour laquelle, à l'intérieur des fentes, la résonance a lieu en demi-onde. Nous représentons, sur la figure 3, l'allure de la composante E_z du champ électrique, à un instant donné, à l'intérieur d'une fente.

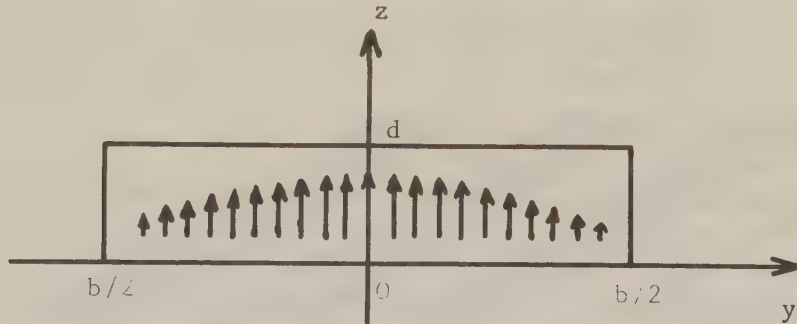


figure 3

Si le champ E_z dépend de y par une expression de la forme :

$$\frac{\sin}{\cos} \nu y = A \sin \nu y + B \cos \nu y,$$

l'hypothèse ci-dessus nous impose : $A = 0$ et $\nu = \pi/b$.

D'autre part, nous faisons dès maintenant une hypothèse simplificatrice en supposant que les fentes percées dans les plaques métalliques sont très rapprochées, dans la direction Oy , comme le montre la figure 4.

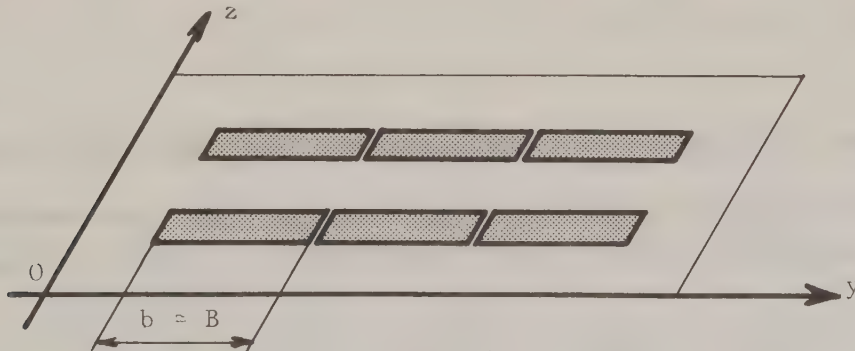


figure 4

Cette hypothèse nous permet d'affirmer que les champs dépendent de la variable d'espace y par la même fonction, dans les corrugations et dans

le guide, faute de quoi nous serions dans l'impossibilité de poursuivre les calculs, par suite de la difficulté classique dite "de l'angle vif".

Notre étude se ramène donc finalement à celle d'un demi-guide chargé, représenté sur la figure 5, le plan yOz étant un plan de symétrie.

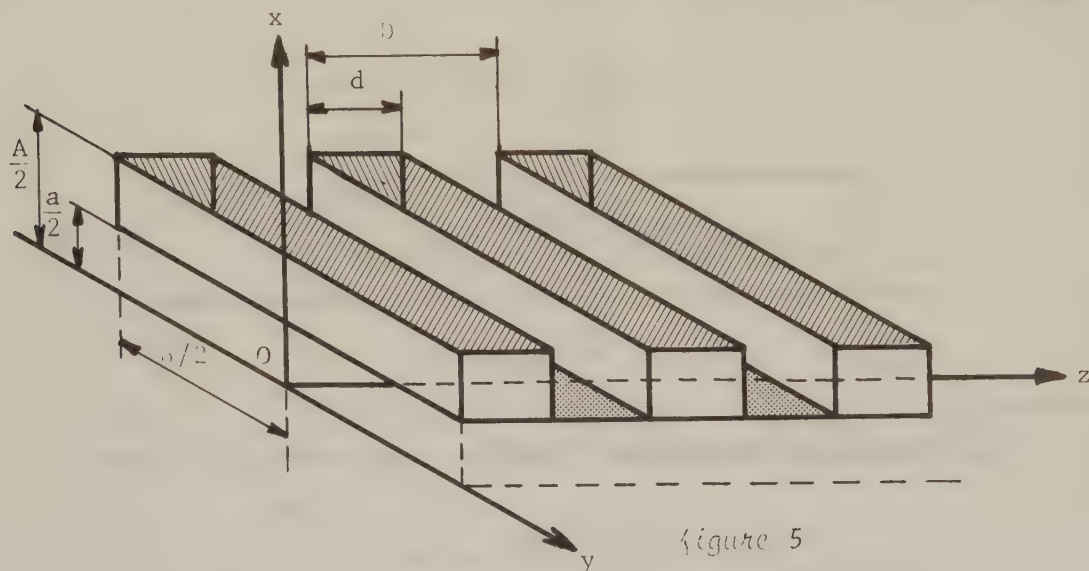


figure 5

§ 3 - Théorème de Floquet - Bloch

Ce théorème est relatif à la propagation des ondes dans les structures périodiques de période D , suivant la direction de propagation Oz . Les champs dépendent de z par une fonction de la forme :

$$f(z) = g(z) e^{i\gamma_0 z} = g(z) e^{i \frac{2\pi z}{\lambda_g}},$$

$\gamma_0 = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ désignant la constante de propagation et λ_g la longueur d'onde guidée. La fonction $g(z)$, qui représente l'amplitude de l'onde est une fonction périodique de période D ; on peut donc décomposer $g(z)$ en série de Fourier sous la forme :

$$g(z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{im \frac{2\pi z}{D}}.$$

L'amplitude A_m de l'harmonique d'ordre m est une amplitude

complexe qui tient compte du déphasage éventuel entre les différents harmoniques. La fonction $f(z)$ s'écrit alors :

$$f(z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{im \frac{2\pi z}{D}} e^{i\gamma_0 z} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{i\gamma_m z},$$

avec $\gamma_m = \gamma_0 + m \frac{2\pi}{D}$. γ_m est la constante de propagation de l'harmonique d'espace d'ordre m .

§ 4 - Expressions générales des composantes du champ électromagnétique

La résolution classique des équations de Maxwell par la méthode de la fonction U de Bromwich - Wagner, dans un système de coordonnées cartésiennes, permet d'obtenir l'expression générale des composantes du champ électromagnétique sous la forme suivante :

Solution particulière de type transverse-magnétique (T.M.)

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} & ZH_x &= ik \frac{\partial U}{\partial y} \\ E_y &= \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} & ZH_y &= -ik \frac{\partial U}{\partial x} \\ E_z &= \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U & ZH_z &= 0 \end{aligned}$$

Solution particulière de type transverse-électrique (T.E.)

$$\begin{aligned} E_x &= -ik \frac{\partial U}{\partial y} & ZH_x &= \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \\ E_y &= ik \frac{\partial U}{\partial x} & ZH_y &= \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \\ E_z &= 0 & ZH_z &= \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2 U, \end{aligned}$$

avec
$$U = U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y} e^{i(\omega t - \gamma z)}$$

s'il s'agit d'une onde progressive se propageant dans la direction Oz,

et
$$U = U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y} \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z} e^{i\omega t}$$

s'il s'agit d'une onde stationnaire.

D'autre part, l'équation de Helmholtz impose : $\mu^2 + \nu^2 + \gamma^2 = k^2$.

Nous avons noté k le rapport $\frac{\omega}{c}$, c désignant la vitesse de l'onde plane dans le vide illimité ; $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ est l'impédance du vide.

§ 5 - Expressions des composantes du champ électromagnétique dans le guide

L'onde étant progressive, la fonction U est de la forme :

$$U = U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y} e^{i(\omega t - \gamma z)}.$$

Les champs s'écrivent donc, compte-tenu des relations générales ci-dessus :

Type T.M.

$$E_x = -i\gamma\mu \quad U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \frac{\cos \nu y}{\sin \nu y}$$

$$E_y = -i\gamma\nu \quad U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\cos \nu y}{-\sin \nu y}$$

$$E_z = (k^2 - \gamma^2) \quad U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y}$$

$$ZH_x = ik\nu \quad U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\cos \nu y}{-\sin \nu y}$$

$$ZH_y = -ik\mu \quad U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y}$$

$$ZH_z = 0$$

Type T.E.

$$E_x = -ikv \quad U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\cos v y}{-\sin v y}$$

$$E_y = ik\mu \quad U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \frac{\sin v y}{\cos v y}$$

$$E_z = 0$$

$$ZH_x = -i\gamma\mu \quad U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \frac{\sin v y}{\cos v y}$$

$$ZH_y = -i\gamma v \quad U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\cos v y}{-\sin v y}$$

$$ZH_z = (k^2 - \gamma^2) \quad U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin v y}{\cos v y}$$

le facteur de propagation $e^{i(\omega t - \gamma z)}$ étant sous-entendu.

L'hypothèse faite au § 2 nous impose de remplacer $\frac{\sin}{\cos} v y$ et $\frac{\cos}{-\sin} v y$ respectivement par $\cos v y$ et $-\sin v y$ pour les modes de type T.M. et par $\sin v y$ et $\cos v y$ pour les modes de type T.E., avec $v = \pi/b$.

D'autre part, la composante E_z du champ électrique peut, soit présenter un maximum, soit être nulle, sur l'axe du guide. La première solution sera dite de type S (symétrique) car les lignes de champ électrique sont alors symétriques, à chaque instant, par rapport au plan yOz ; la seconde solution sera dite de type A (antisymétrique).

Nous poursuivrons les calculs avec la première hypothèse mais nous donnerons les résultats qui sont obtenus avec la seconde. Dans ces conditions, nous devons remplacer $\frac{\sin}{\cos} \mu x$ et $\frac{\cos}{-\sin} \mu x$ respectivement par $\cos \mu x$ et $-\sin \mu x$ pour les modes de type T.M. et par $\sin \mu x$ et $\cos \mu x$ pour les modes de type T.E.

Enfin, nous utilisons le théorème de Floquet - Bloch énoncé au § 3 pour écrire les champs sous forme de séries de Fourier, les facteurs d'amplitude E_{1m} et E_{2m} , attachés respectivement aux modes de type T.M. et T.E., étant des grandeurs complexes tenant compte des déphasages éventuels entre les différents harmoniques d'espace.

Les composantes du champ électromagnétique dans le guide s'écrivent alors sous la forme des combinaisons linéaires suivantes :

$$\begin{aligned} E_x &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(\gamma_m \mu_m E_{1m} - k \nu E_{2m}) \sin \mu_m x \cos \nu y e^{-i\gamma_m z} \\ E_y &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(\gamma_m \nu E_{1m} + k \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m x \sin \nu y e^{-i\gamma_m z} \\ E_z &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (k^2 - \gamma_m^2) E_{1m} \cos \mu_m x \cos \nu y e^{-i\gamma_m z} \\ ZH_x &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -i(k \nu E_{1m} + \gamma_m \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m x \sin \nu y e^{-i\gamma_m z} \\ ZH_y &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(k \mu_m E_{1m} - \gamma_m \nu E_{2m}) \sin \mu_m x \cos \nu y e^{-i\gamma_m z} \\ ZH_z &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (k^2 - \gamma_m^2) E_{2m} \sin \mu_m x \sin \nu y e^{-i\gamma_m z} \end{aligned}$$

le facteur $e^{i\omega t}$ étant sous-entendu, et avec

$$\mu_m^2 + \nu^2 + \gamma_m^2 = k^2, \quad \gamma_m = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda_g} + \frac{m}{D} \right), \quad \nu = \frac{\pi}{b}.$$

§ 6 - Expressions des composantes du champ électromagnétique dans les corrugations

La fonction U est de la forme : $U = U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y} \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z} e^{i\omega t}$,

les champs étant stationnaires dans les corrugations. Compte-tenu des relations générales écrites au § 4, et en conservant l'hypothèse de dépendance des champs en fonction de la variable y , ceux-ci s'écrivent :

Type T.M.

$$E_x = \gamma\mu U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \cos \nu y \frac{\cos \gamma z}{-\sin \gamma z}$$

$$E_y = -\gamma\nu U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \sin \nu y \frac{\cos \gamma z}{-\sin \gamma z}$$

$$E_z = (k^2 - \gamma^2) U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \cos \nu y \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z}$$

$$ZH_x = -ik\nu U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \sin \nu y \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z}$$

$$ZH_y = -ik\mu U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \cos \nu y \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z}$$

$$ZH_z = 0$$

Type T.E.

$$E_x = -ik\nu U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \cos \nu y \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z}$$

$$E_y = ik\mu U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \sin \nu y \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z}$$

$$E_z = 0$$

$$ZH_x = \gamma\mu U_0 \frac{\cos \mu x}{-\sin \mu x} \sin \nu y \frac{\cos \gamma z}{-\sin \gamma z}$$

$$ZH_y = \gamma\nu U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \cos \nu y \frac{\cos \gamma z}{-\sin \gamma z}$$

$$ZH_z = (k^2 - \gamma^2) U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \sin \nu y \frac{\sin \gamma z}{\cos \gamma z}$$

le facteur $e^{i\omega t}$ étant sous-entendu.

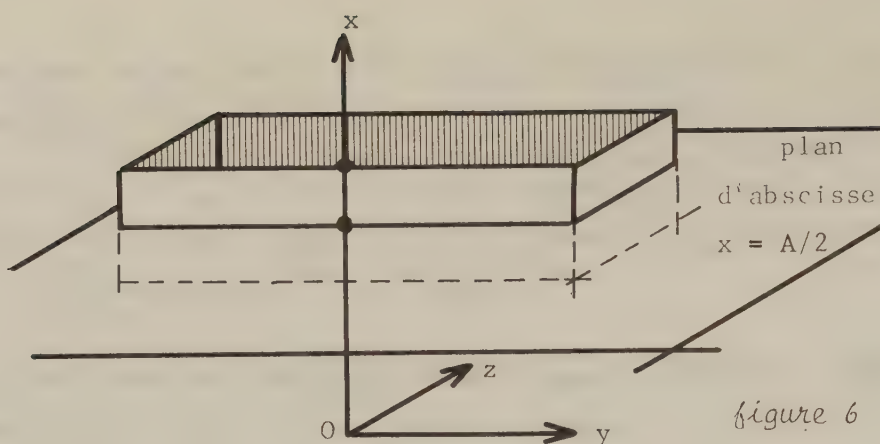


figure 6

Nous devons définir les conditions aux limites dans le plan $x = A/2$, fond des corrugations (fig. 6) ; nous pouvons envisager deux cas simples :

- ou bien, ce fond est constitué par une paroi métallique aux limites de la structure et les champs doivent satisfaire aux conditions imposées au voisinage d'une surface infiniment conductrice soit :

$$E_y = E_z = ZH_x = 0 \quad (E_x \text{ maximal}).$$

- ou bien, nous pouvons admettre que, la cavité étant ouverte, il peut y avoir symétrie des lignes du champ électrique, ce qui peut s'écrire :

$$E_x = 0 \quad (E_y \text{ et } E_z \text{ maximaux}).$$

Ces deux cas particuliers seront dits respectivement de type A (antisymétrique) et S (symétrique), ces considérations de symétrie s'appliquent au champ électrique.

Nous poursuivons le calcul en étudiant le premier type, mais nous donnerons ultérieurement les résultats qui pourraient être obtenus avec la seconde hypothèse.

$$E_y = E_z = 0 \text{ pour } x = \frac{A}{2} \implies \begin{cases} \sin \mu \frac{A}{2} = 0 & (\text{type T.M.}) \\ \cos \mu \frac{A}{2} = 0 & (\text{type T.E.}) \end{cases}$$

Nous devons donc remplacer $\frac{\sin}{\cos} \mu x$ et $\frac{\cos}{-\sin} \mu x$ respectivement par $\sin \mu (\frac{A}{2} - x)$ et $-\cos \mu (\frac{A}{2} - x)$ pour les modes de type T.M. et par $\cos \mu (\frac{A}{2} - x)$ et $\sin \mu (\frac{A}{2} - x)$ pour les modes de type T.E.

Enfin, nous devons chercher, dans les corrugations, une onde stationnaire satisfaisant aux conditions aux limites pour $z = 0$ et $z = d$, soit $E_x = E_y = ZH_z = 0$, ce qui impose :

$$\frac{\cos}{-\sin} \gamma z = 0 \text{ pour les modes de type T.M.,}$$

$$\text{et } \frac{\sin}{\cos} \gamma z = 0 \text{ pour les modes de type T.E.}$$

La première des conditions impose de choisir un sinus et d'éliminer le cosinus ; la seconde quantifie la valeur de γ : $\gamma = p \frac{\pi}{d}$, p étant entier, positif ou nul.

Finalement, les composantes du champ électromagnétique s'écrivent sous la forme d'un développement en série de Fourier, en donnant à p toutes les valeurs possibles.

$$E_x = \sum_{p=0}^{\infty} (\gamma_p \mu_p E_{1p} - ik_v E_{2p}) \cos \mu_p (\frac{A}{2} - x) \cos v_y \sin p \frac{\pi z}{d}$$

$$E_y = \sum_{p=0}^{\infty} (\gamma_p v E_{1p} + ik_\mu E_{2p}) \sin \mu_p (\frac{A}{2} - x) \sin v_y \sin p \frac{\pi z}{d}$$

$$E_z = \sum_{p=0}^{\infty} (k^2 - \frac{2}{p}) E_{1p} \sin \mu_p (\frac{A}{2} - x) \cos v_y \cos p \frac{\pi z}{d}$$

$$ZH_x = \sum_{p=0}^{\infty} (-ik_v E_{1p} + \gamma_p \mu_p E_{2p}) \sin \mu_p (\frac{A}{2} - x) \sin v_y \cos p \frac{\pi z}{d}$$

$$ZH_y = \sum_{p=0}^{\infty} (ik_\mu E_{1p} + \gamma_p v E_{2p}) \cos \mu_p (\frac{A}{2} - x) \cos v_y \cos p \frac{\pi z}{d}$$

$$ZH_z = \sum_{p=0}^{\infty} (k^2 - \gamma_p^2) E_{2p} \cos \mu_p (\frac{A}{2} - x) \sin v_y \sin p \frac{\pi z}{d}$$

le facteur $e^{i\omega t}$ étant sous-entendu, et avec :

$$\mu_p^2 + \nu^2 + \gamma_p^2 = k^2, \quad \gamma_p = p \frac{\pi}{d}, \quad \nu = \frac{\pi}{b}.$$

§ 7 - Principe du raccordement des composantes du champ électromagnétique

Nous devons maintenant écrire, sur la surface $x = \frac{a}{2}$ limitant les deux domaines, l'identité des composantes pour z appartenant à $(0, d)$, et satisfaire, pour z appartenant à (d, D) aux conditions concernant les champs au voisinage d'une surface infiniment conductrice.

Nous allons montrer qu'il n'est pas nécessaire de raccorder les six composantes, mais que le raccordement de quatre composantes bien choisies suffit.

Les six équations à écrire sont les suivantes :

$$(1) \sum_m i(\gamma_m \mu_m E_{1m} - k\nu E_{2m}) \sin \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (\gamma_p \mu_p E_{1p} - ik\nu E_{2p}) \cos \mu_p \frac{A-a}{2} \sin \gamma_p z$$

$$(2) \sum_m i(\gamma_m \nu E_{1m} + k\mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (\gamma_p \nu E_{1p} + ik\mu_p E_{2p}) \sin \mu_p \frac{A-a}{2} \sin \gamma_p z$$

$$(3) \sum_m (k^2 - \gamma_m^2) E_{1m} \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (k^2 - \gamma_p^2) E_{1p} \sin \mu_p \frac{A-a}{2} \cos \gamma_p z$$

$$(4) \sum_m -i(k\nu E_{1m} + \gamma_m \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (-ik\nu E_{1p} + \gamma_p \mu_p E_{2p}) \sin \mu_p \frac{A-a}{2} \cos \gamma_p z$$

$$(5) \sum_m i(k\mu_m E_{1m} - \gamma_m \nu E_{2m}) \sin \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (ik\mu_p E_{1p} + \gamma_p \nu E_{2p}) \cos \mu_p \frac{A-a}{2} \cos \gamma_p z$$

$$(6) \sum_m (k^2 - \gamma_m^2) E_{2m} \sin \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (k^2 - \gamma_p^2) E_{2p} \cos \mu_p \frac{A-a}{2} \sin \gamma_p z$$

Considérons l'équation (2) qui traduit le raccordement de la composante E_y ; cette équation étant vérifiée pour tout z appartenant à $(0, d)$, nous pouvons obtenir une autre équation en dérivant partiellement les deux membres de celle-ci par rapport à la variable z ; nous obtenons :

$$(2') \sum_m (\gamma_m^2 \nu E_{1m} + k \gamma_m \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_p (\gamma_p^2 \nu E_{1p} + i k \gamma_p \mu_p E_{2p}) \sin \mu_p \frac{A-a}{2} \cos \gamma_p z.$$

Ajoutons membre à membre l'équation (2') ainsi obtenue à l'équation (3) préalablement multipliée par ν ; nous obtenons alors, au coefficient $-\frac{1}{k}$ près, l'équation (4) traduisant le raccordement de la composante H_x .

Ainsi, les raccordements des composantes E_y et H_z entraînent celui de la composante H_x sur l'intervalle $(0, d)$.

Nous pourrions montrer, de la même manière, qu'il suffit de raccorder les composantes H_y et E_z pour que la composante E_x soit automatiquement raccordée sur le même intervalle.

D'autre part, sur l'intervalle (d, D) , nous devons écrire, pour $x = \frac{a}{2}$,

$$E_y = E_z = ZH_x = 0.$$

La première condition donne, pour $d < z < D$:

$$\sum_m (\gamma_m^2 \nu E_{1m} + k \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} \equiv 0,$$

soit, en dérivant par rapport à z :

$$\sum_m (\gamma_m^2 \nu E_{1m} + k \gamma_m \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} \equiv 0.$$

La seconde condition donne :

$$k_m^2 \sum_m E_{1m} \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = \sum_m \gamma_m^2 E_{1m} \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z}.$$

En comparant ces deux identités, nous obtenons :

$$\sum_m (k_m \nu E_{1m} + \gamma_m \mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} e^{-i\gamma_m z} = 0,$$

ce qui traduit la nullité de la composante ZH_x pour tout z appartenant à (d, D) , au voisinage de $x = \frac{a}{2}$.

Ainsi, quel que soit z , le raccordement des composantes E_y, E_z, H_y et H_z assure celui des composantes E_x et H_x .

§ 8 - Raccordement du champ électromagnétique sur la surface $x = a/2$

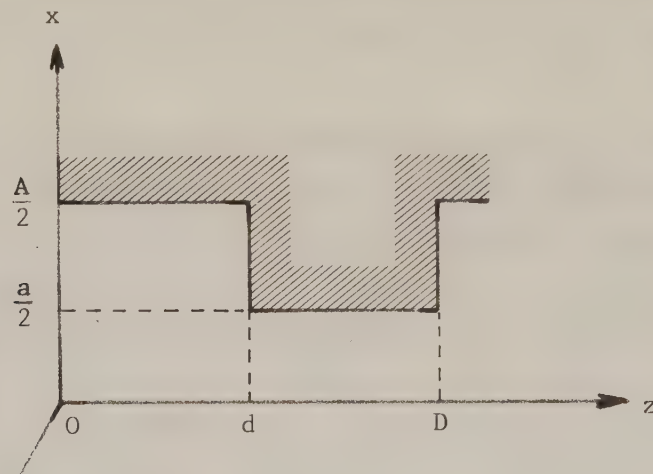


figure 7

I - Raccordement de E_y

- dans le guide, nous posons :

$$f_1(z) = (E_y)_{x=a/2} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{-i\gamma_m z},$$

avec
$$A_m = i(\gamma_m \vee E_{1m} + k\mu_m E_{2m}) \cos \mu_m \frac{a}{2} \sin \nu y \quad (1)$$

- dans les deux zones latérales, nous posons :

$$f_2(z) = (E_y)_{x=a/2} = \begin{cases} \sum_{p=0}^{\infty} A_p \sin p \frac{\pi z}{d}, & \text{pour } 0 < z < d \\ 0, & \text{pour } d < z < D \end{cases}$$

avec
$$A_p = (\gamma_p \vee E_{1p} + ik\mu_p E_{2p}) \sin \mu_p \frac{A-a}{2} \sin \nu y \quad (2)$$

Nous calculons les coefficients A_m par la méthode classique, applicable aux séries de Fourier à termes complexes, en identifiant $f_1(z)$ et $f_2(z)$.

$$A_m = \frac{1}{D} \int_0^D f_1(z) e^{i\gamma_m z} dz = \frac{1}{D} \int_0^D f_2(z) e^{i\gamma_m z} dz$$

$$A_m = \frac{1}{D} \int_0^d \left[\sum_{p=0}^{\infty} A_p \sin p \frac{\pi z}{d} \right] e^{i\gamma_m z} dz = \frac{1}{D} \sum_{p=0}^{\infty} \left[\int_0^d \sin p \frac{\pi z}{d} e^{i\gamma_m z} dz \right] A_p$$

$$A_m = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{s_{mp}}{D} A_p \quad (I)$$

avec
$$s_{mp} = \int_0^d \sin p \frac{\pi z}{d} e^{i\gamma_m z} dz = -\frac{p\pi}{d} \frac{1 - (-1)^p e^{i\gamma_m d}}{\gamma_m^2 - \frac{p^2 \pi^2}{d^2}}$$

2 - Raccordement de E_z

Il se fait de la même manière que celui de E_y .

Ayant posé :

$$B_m = (k^2 - \gamma_m^2) E_{1m} \cos \mu_m \frac{a}{2} \cos \nu y \quad (3)$$

$$B_p = (k^2 - \gamma_p^2) E_{1p} \sin \mu_p \frac{A-a}{2} \cos \nu y \quad (4)$$

on trouve facilement :

$$B_m = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{r_{mp}}{D} B_p, \quad (II)$$

avec

$$r_{mp} = \int_0^d \cos p \frac{\pi z}{d} e^{i\gamma_m z} dz = i\gamma_m \frac{1 - (-1)^p e^{i\gamma_m d}}{\gamma_m^2 - p^2 \frac{\pi^2}{2}}$$

3 - Raccordement de ZH_y

La méthode nécessite une variante par rapport à celle des raccordements précédents car cette composante n'est pas définie, dans le métal, pour z appartenant à (d, D) .

- dans le guide, nous posons :

$$h_1(z) = (ZH_y)_{x=a/2} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m e^{-i\gamma_m z},$$

avec

$$C_m = i(k\mu_m E_{1m} - \gamma_m v E_{2m}) \sin \mu_m \frac{a}{2} \cos v y \quad (5)$$

- dans les zones latérales, nous posons :

$$h_2(z) = (ZH_y)_{x=a/2} \begin{cases} \sum_{p=0}^{\infty} C_p \cos p \frac{\pi z}{d}, & \text{pour } 0 < z < d \\ \text{non définie,} & \text{pour } d < z < D \end{cases}$$

avec

$$C_p = (ik\mu_p E_{1p} + \gamma_p v E_{2p}) \cos \mu_p \frac{A-a}{2} \cos v y \quad (6)$$

Nous recherchons la valeur des coefficients C_p par la méthode classique de calcul des coefficients d'une série trigonométrique de Fourier, la fonction $h_2(z)$ étant périodique de période d .

$$C_p = \frac{2}{\xi d} \int_0^d h_2(z) \cos p \frac{\pi z}{d} dz = \frac{2}{\xi d} \int_0^d h_1(z) \cos p \frac{\pi z}{d} dz$$

$$C_p = \frac{2}{\xi d} \int_0^d \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m e^{-i\gamma_m z} \right] \cos p \frac{\pi z}{d} dz$$

$$C_p = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2r_{mp}^*}{\xi d} C_m, \quad (\text{III})$$

avec $\xi = 2$ si $p = 0$
 $\xi = 1$ si $p \neq 0$

et $r_{mp}^* = \int_0^d \cos p \frac{\pi z}{d} e^{-i\gamma_m z} dz = -i\gamma_m \frac{1 - (-1)^p e^{-i\gamma_m d}}{\gamma_m^2 - p^2 \frac{\pi^2}{d^2}}$

4 - Raccordement de ZH_z

Il se fait de la même manière que celui de ZH_y ;

on pose :

$$D_m = (k^2 - \gamma_m^2) E_{2m} \sin \mu_m \frac{a}{2} \sin v_y \quad (7)$$

$$D_p = (k^2 - \gamma_p^2) E_{2p} \cos \mu_p \frac{A-a}{2} \sin v_y \quad (8)$$

et on trouve finalement :

$$D_p = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2s_{mp}^*}{d} D_m, \quad (\text{IV})$$

avec $s_{mp}^* = \int_0^d \sin p \frac{\pi z}{d} e^{-i\gamma_m z} dz = -p \frac{\pi}{d} \frac{1 - (-1)^p e^{-i\gamma_m d}}{\gamma_m^2 - p^2 \frac{\pi^2}{d^2}}$

§ 9 - Equation de dispersion

Nous sommes en présence du système de relations linéaires (I) (II) (III) (IV) ; les grandeurs $A_m, B_m, C_m, D_m, A_p, B_p, C_p, D_p$ étant, d'autre part, liées entre elles par l'intermédiaire des coefficients d'amplitude $E_{1m}, E_{2m}, E_{1p}, E_{2p}$, au moyen des équations numérotées de (1) à (8).

En éliminant ces coefficients d'amplitude, on obtient les quatre équations suivantes :

$$C_m = \alpha A_m + \beta B_m$$

$$D_m = \gamma A_m + \delta B_m$$

$$C_p = \epsilon A_p + \phi B_p$$

$$D_p = \zeta \frac{A_p}{\gamma_p} + \psi \frac{B_p}{\gamma_p},$$

les coefficients $\alpha, \beta, \dots$ s'expriment en fonction des constantes de propagation et des grandeurs géométriques.

Soit alors une valeur donnée de p ; nous avons :

$$C_p = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2r_{mp}^*}{\xi_d} \quad C_m = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2r_{mp}^*}{\xi_d} (\alpha A_m + \beta B_m)$$

$$C_p = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2r_{mp}^*}{\xi_d} \left[\alpha \sum_{q=0}^{\infty} \frac{s_{mq}}{D} A_q + \beta \sum_{q=0}^{\infty} \frac{r_{mq}}{D} B_q \right]$$

$$C_p = \sum_{q=0}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\alpha}{\xi_d D} r_{mp}^* s_{mq} \right] A_q + \sum_{q=0}^{+\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2\beta}{\xi_d D} r_{mp}^* r_{mq} \right] B_q.$$

$$D'autre part, C_p = \epsilon A_p + \phi B_p.$$

En identifiant les deux expressions, nous obtenons :

$$\sum_{q=0}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\alpha}{\xi_d D} r_{mp}^* s_{mq} - \delta_{pq} \epsilon \right] A_q + \sum_{q=0}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\beta}{\xi_d D} r_{mp}^* r_{mq} - \delta_{pq} \phi \right] B_q = 0,$$

δ_{pq} étant le symbole de Kronecker,

En exprimant $\gamma_p D$ de deux façons différentes, nous trouvons, de la même manière :

$$\sum_{q=0}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\gamma}{dD} \gamma_p s_{mp}^* s_{mq} - \delta_{pq} \zeta \right] A_q + \sum_{q=0}^{\infty} \left[\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{2\delta}{dD} \gamma_p s_{mp}^* r_{mq} - \delta_{pq} \psi \right] B_q = 0.$$

En donnant à p toutes les valeurs entières positives, nous obtenons deux systèmes d'équations linéaires à deux infinités d'inconnues ; dans chacun des deux systèmes, le nombre d'équations est moitié du nombre d'inconnues. L'ensemble forme donc un système de n équations linéaires à n inconnues, avec $n \rightarrow \infty$.

Ce système homogène n'admet de solution non triviale que si le déterminant de ses coefficients est nul : $|Z_{pq}| = 0$. L'équation ainsi obtenue est celle de la dispersion ; pour un guide de dimensions données, elle donne la relation entre les constantes de propagation k et γ , c'est-à-dire entre la fréquence $f = \frac{kc}{2\pi}$ et la vitesse de phase $v_\phi = \frac{2\pi f}{\gamma}$ de l'onde se propageant dans la direction Oz , ou encore entre la longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ (de l'onde plane de fréquence f) et la longueur d'onde guidée $\lambda_g = \frac{2\pi}{\gamma}$.

Le déterminant obtenu est formé de quatre mineurs occupant chacun un quadrant et dont les éléments sont des séries à termes complexes :

$$|Z_{pq}| = \begin{vmatrix} Z_{pq}^{(1)} & p & Z_{pq}^{(2)} \\ q \leftarrow & \uparrow & \rightarrow q \\ Z_{pq}^{(3)} & p & Z_{pq}^{(4)} \\ & \downarrow & \end{vmatrix} = 0$$

Tous calculs faits, les expressions de ces éléments sont les suivantes :

$$Z_{pq}^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -2 \frac{q\pi}{d} \gamma_m^2 v f_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} + \delta_{pq} \frac{p\pi}{d} v \frac{dD}{2} g_p$$

$$Z_{pq}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} 2(k^2 - v^2) \gamma_m^2 f_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} - \delta_{pq} \xi \frac{dD}{2} (k^2 - v^2) g_p$$

$$Z_{pq}^{(3)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} 2 \frac{p\pi}{d} \frac{q\pi}{d} (k^2 - \gamma_m^2) f_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} - \delta_{pq} \frac{dD}{2} (k^2 - \gamma_p^2) g_p$$

$$Z_{pq}^{(4)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -2 \frac{p\pi}{d} \gamma_m^2 v f_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} + \delta_{pq} \frac{p\pi}{d} v \frac{dD}{2} g_p$$

avec

$$f_m = \frac{\operatorname{tg} \mu_m \frac{a}{2}}{\mu_m}, \quad g_p = \frac{\operatorname{cotg} \mu_p \frac{A-a}{2}}{\mu_p}, \quad \begin{matrix} \xi = 2 \text{ si } p = 0 \\ \xi = 1 \text{ si } p \neq 0 \end{matrix}$$

$$\Gamma_{mpq} = (\gamma_m^2 - p \frac{2\pi^2}{d^2}) (\gamma_m^2 - q \frac{2\pi^2}{d^2}),$$

$$\Xi = \begin{cases} 1 - \cos \gamma_m d & \text{si } p \text{ et } q \text{ pairs,} \\ i \sin \gamma_m d & \text{si } p \text{ pair, } q \text{ impair} \\ -i \sin \gamma_m d & \text{si } p \text{ pair, } q \text{ impair} \\ 1 + \cos \gamma_m d & \text{si } p \text{ et } q \text{ impairs.} \end{cases}$$

§ 10 - Autres modes

I - Mode A (antisymétrique) dans le canal central

Nous avons mentionné l'existence possible d'un tel mode au § 5. Nous donnons ci-après l'expression des composantes du champ électromagnétique de ce mode dans le canal.

$$\begin{aligned} E_x &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -i(\gamma_m \mu_m E_{1m} + k v E_{2m}) \cos \mu_m x \cos v y e^{i(\omega t - \gamma_m z)} \\ E_y &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(\gamma_m v E_{1m} - k \mu_m E_{2m}) \sin \mu_m x \sin v y e^{i(\omega t - \gamma_m z)} \\ E_z &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (k^2 - \gamma_m^2) E_{1m} \sin \mu_m x \cos v y e^{i(\omega t - \gamma_m z)} \\ ZH_x &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -i(k v E_{1m} - \gamma_m \mu_m E_{2m}) \sin \mu_m x \sin v y e^{i(\omega t - \gamma_m z)} \end{aligned}$$

$$ZH_y = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -i(k\mu_m E_{1m} + \gamma_m v E_{2m}) \cos \mu_m x \cos v y e^{i(\omega t - \gamma_m z)}$$

$$ZH_z = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (k^2 - \gamma_m^2) E_{2m} \cos \mu_m x \sin v y e^{i(\omega t - \gamma_m z)}$$

On peut obtenir l'équation de dispersion d'un tel mode en utilisant les formules trouvées au § 9 pour le mode S, mais avec :

$$f_m = - \frac{\cotg \mu_m \frac{a}{2}}{\mu_m}.$$

2 - Mode S (symétrique) dans les corrugations

Un tel mode ne peut exister que si les cavités ne sont pas fermées par des parois métalliques. Les expressions des composantes du champ électromagnétique dans les corrugations sont les suivantes :

$$E_x = \sum_{p=0}^{\infty} -(\gamma_p \mu_p E_{1p} + i k v E_{2p}) \sin \mu_p \left(\frac{A}{2} - x\right) \cos v y \sin p \frac{\pi z}{d} e^{i \omega t}$$

$$E_y = \sum_{p=0}^{\infty} (\gamma_p v E_{1p} - i k \mu_p E_{2p}) \cos \mu_p \left(\frac{A}{2} - x\right) \sin v y \sin p \frac{\pi z}{d} e^{i \omega t}$$

$$E_z = \sum_{p=0}^{\infty} (k^2 - \gamma_p^2) E_{1p} \cos \mu_p \left(\frac{A}{2} - x\right) \cos v y \cos p \frac{\pi z}{d} e^{i \omega t}$$

$$ZH_x = \sum_{p=0}^{\infty} -(i k v E_{1p} + \gamma_p \mu_p E_{2p}) \cos \mu_p \left(\frac{A}{2} - x\right) \sin v y \cos p \frac{\pi z}{d} e^{i \omega t}$$

$$ZH_y = \sum_{p=0}^{\infty} -(i k \mu_p E_{1p} - \gamma_p v E_{2p}) \sin \mu_p \left(\frac{A}{2} - x\right) \cos v y \cos p \frac{\pi z}{d} e^{i \omega t}$$

$$ZH_z = \sum_{p=0}^{\infty} (k^2 - \gamma_p^2) E_{2p} \sin \mu_p \left(\frac{A}{2} - x\right) \sin v y \sin p \frac{\pi z}{d} e^{i \omega t}$$

On peut obtenir l'équation de dispersion d'un tel mode en utilisant les formules trouvées au § 9, mais avec :

$$g_p = - \frac{\tg \mu_p \frac{A-a}{2}}{\mu_p}.$$

Nous désignerons les différentes combinaisons possibles au moyen d'un groupe de deux lettres S et A indiquant la symétrie ou l'antisymétrie ; la première lettre concerne le guide central, la seconde est relative aux corrugations.

§ 11 - Etude générale de l'équation de dispersion

Nous pouvons d'abord constater que les éléments $Z_{pq}^{(2)}$ et $Z_{pq}^{(3)}$ assurent respectivement le raccordement des composantes de type T.M. et de type T.E. entre elles, les coefficients $Z_{pq}^{(1)}$ et $Z_{pq}^{(4)}$ apparaissant comme des éléments de couplage entre ces deux types de composantes. Il est donc impossible d'obtenir une onde de type purement T.M. ou purement T.E., en général, dans le guide considéré. Cependant, dans le cas fictif d'un guide de largeur infinie ($b \rightarrow \infty$, $v = 0$), ces éléments de couplage s'annulent et les deux types peuvent donc exister indépendamment l'un de l'autre, l'équation de chacun étant obtenue en annulant soit $|Z_{pq}^{(2)}|$, soit $|Z_{pq}^{(3)}|$.

La constante de propagation γ_m s'écrit :

$$\gamma_m = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda_g} + \frac{m}{D} \right).$$

Nous supposons que la fréquence de l'onde, ainsi que les paramètres géométriques sont tels que l'équation de dispersion $\Delta = |Z_{pq}| = 0$ soit vérifiée pour une certaine longueur d'onde guidée λ_g .

Soit alors une autre longueur d'onde guidée λ'_g telle que :

$$\frac{1}{\lambda'_g} = \frac{1}{\lambda_g} + \frac{\ell}{D}, \text{ où } \ell \text{ est un nombre entier, positif ou négatif.}$$

$$\gamma'_m = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda'_g} + \frac{m}{D} \right) = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda_g} + \frac{m+\ell}{D} \right) = 2\pi \left(\frac{1}{\lambda_g} + \frac{m'}{D} \right),$$

avec $m' = m + \ell$.

Le déterminant $\Delta' = |Z'_{pq}|$ est donc identique au déterminant $\Delta = |Z_{pq}|$, puisque nous passons de l'un à l'autre par une simple modification de la numérotation des termes de la série intervenant dans l'expression des éléments Z_{pq} , ce qui ne saurait changer la valeur d'une somme doublement infinie.

Autrement dit, pour une structure donnée et une fréquence donnée, si l'équation de dispersion est vérifiée pour une longueur d'onde guidée λ_g elle est aussi vérifiée pour toute valeur λ'_g telle que :

$$\frac{1}{\lambda'_g} = \frac{1}{\lambda_g} + \frac{\ell}{D}.$$

En particulier,

- si λ_g infinie est solution, $\lambda_g = \frac{D}{\ell}$ est aussi solution

- si $\lambda_g = 2D$ est solution, $\lambda_g = \frac{2D}{2\ell+1}$ est aussi solution.

Si nous raisonnons maintenant sur les constantes de propagation et non plus sur les longueurs d'onde, nous constatons que l'onde entière, de fréquence déterminée, se propageant dans la structure, est constituée par la superposition d'une infinité d'ondes, appelées harmoniques d'espace, de constantes de propagation respectives :

$$\dots, \gamma_{-1} = \gamma_0 - \frac{2\pi}{D}, \gamma_0, \gamma_1 = \gamma_0 + \frac{2\pi}{D}, \gamma_2 = \gamma_0 + \frac{4\pi}{D}, \dots, \gamma_m = \gamma_0 + \frac{2m\pi}{D}, \dots$$

Considérons alors l'ensemble des ondes de fréquence donnée, se propageant dans la structure. Si nous représentons chaque onde élémentaire par un point dans le diagramme donnant $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ en fonction de γ , nous nous trouvons en présence d'une série de points $\dots, P_0, P_1, P_2, \dots, P_m, \dots$ correspondant aux constantes $\dots, \gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m, \dots$, ces points étant espacés de $\frac{2\pi}{D}$ (fig. 8).

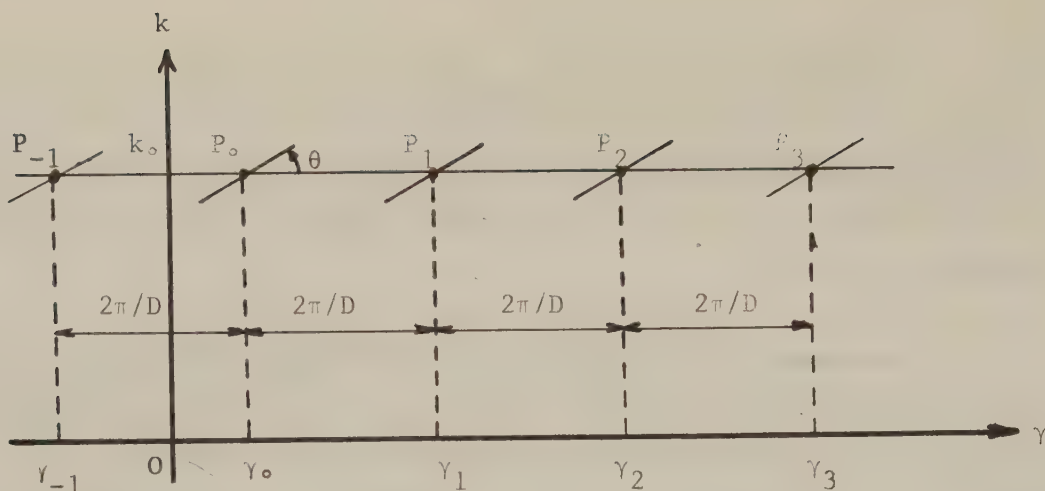


figure 8

Faisons alors varier le paramètre k au voisinage de k_0 , de façon à ce que les points $\dots, P_0, P_1, P_2, \dots$ décrivent des éléments de courbes, et calculons la pente θ des tangentes aux courbes en ces points :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dk}{d\gamma}, \quad \text{avec } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{c} \frac{d\omega}{d\gamma} = \frac{v_g}{c} \quad (\text{où } v_g \text{ désigne la vitesse de groupe de l'onde}).$$

Cette vitesse ne pouvant devenir supérieure à c , et la courbe représentant les variations de k en fonction de γ devant être périodique de période $\frac{2\pi}{D}$, la valeur de k est donc comprise entre deux limites k_1 et k_2 , correspondant à deux longueurs d'onde $\lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1}$ et $\lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2}$.

Tous ces résultats sont représentés sur les figures 9 et 10. Nous retrouvons un diagramme analogue à celui donné par Brillouin dans ses études sur la propagation des ondes dans les cristaux.

Calculons la valeur de l'angle α défini sur les figures :

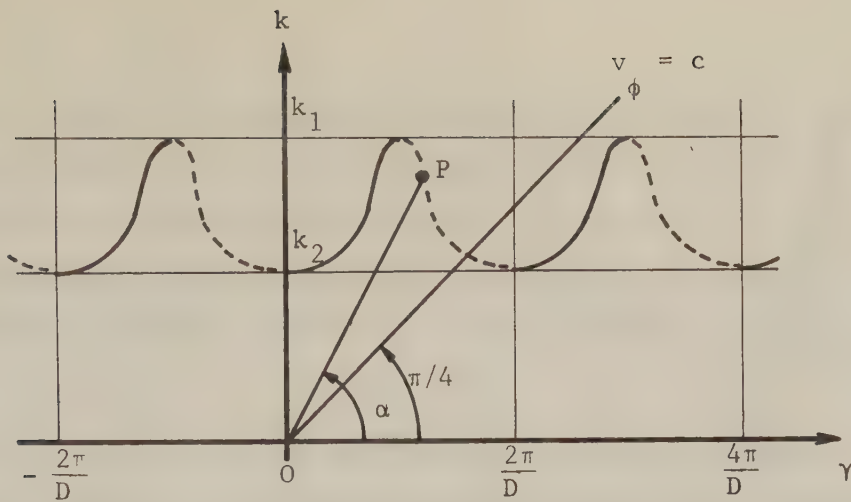


figure 9

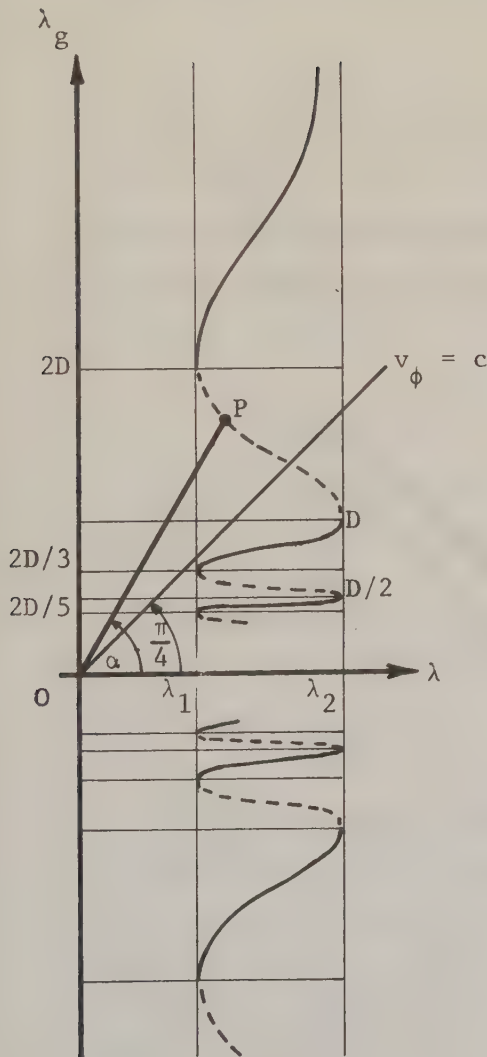


figure 10

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{\gamma} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda_g}{2\pi} = \frac{\lambda_g}{\lambda} = \frac{v_\phi}{c}$$

v_ϕ désignant la vitesse de phase de l'onde représentée par le point P.

La première bissectrice sépare donc le premier quadrant en deux régions :

- la région supérieure où v_ϕ est supérieure à c

et

- la région inférieure où v_ϕ est inférieure à c .

D'autre part, nous avons vu que $\operatorname{tg} \theta = \frac{v_g}{c}$; la vitesse de groupe est donc négative dans les parties pointillées des diagrammes ; l'énergie se propage alors dans le sens inverse de celui de l'onde. Pour les valeurs $\frac{m\pi}{D}$ de γ , la vitesse de groupe est nulle ; il n'y a pas de propagation d'énergie et l'onde est alors purement stationnaire.

En fait, l'équation de dispersion possède une infinité de racines, les diagrammes ci-dessus devant être complétés par une infinité de bandes permises analogues, séparées par des bandes interdites pour lesquelles la résolution de l'équation de dispersion donnerait des valeurs imaginaires pures à la constante de propagation; dans ces bandes interdites les ondes sont alors évanescentes.

A ce sujet, il est intéressant de comprendre comment l'on peut passer d'une courbe de dispersion unique correspondant à un guide lisse, à cet ensemble de bandes permises dès que des accidents identiques, même de très faibles dimensions relatives, sont disposés de façon périodique dans ce guide.

La figure 11 montre comment l'hyperbole $k^2 = \gamma^2 + k_c^2$ (avec $k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$, λ_c désignant la longueur d'onde de coupure pour le guide lisse) se découpe en bandes de largeur $\frac{\pi}{D}$ lorsqu'on dispose des accidents suivant le pas D , chaque tronçon de courbe devenant une demi-alternance des courbes périodiques représentatives de $k(\gamma)$.

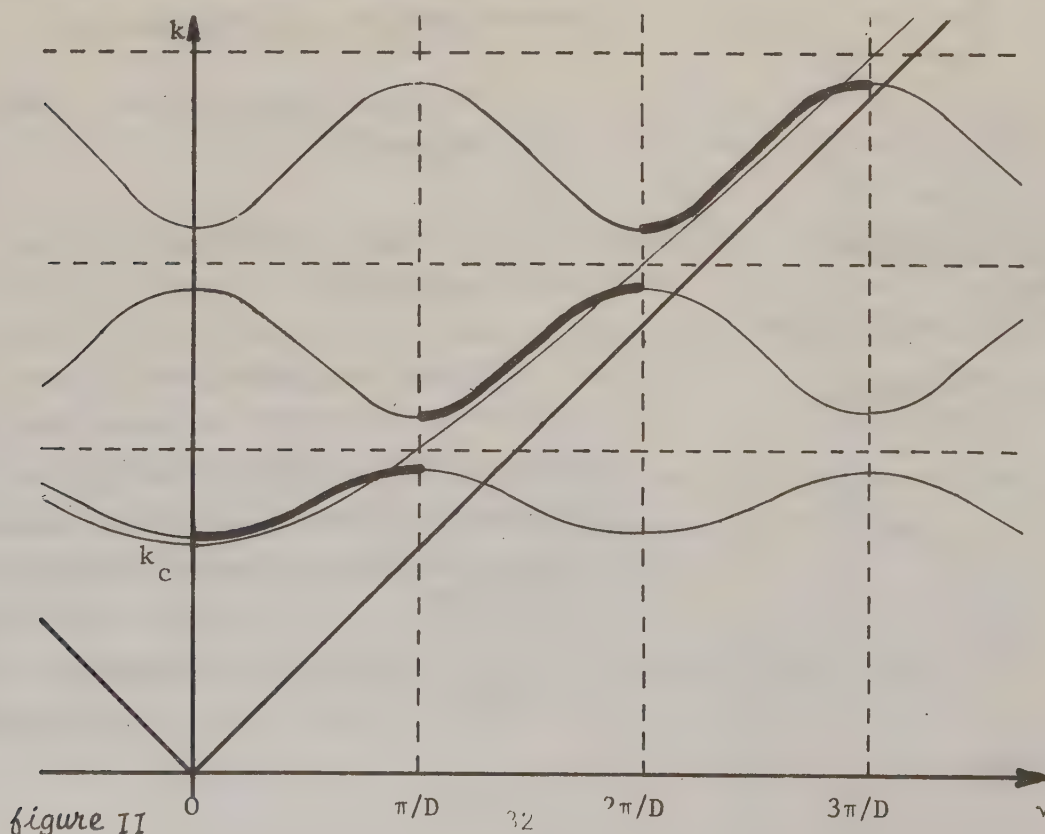


figure 11

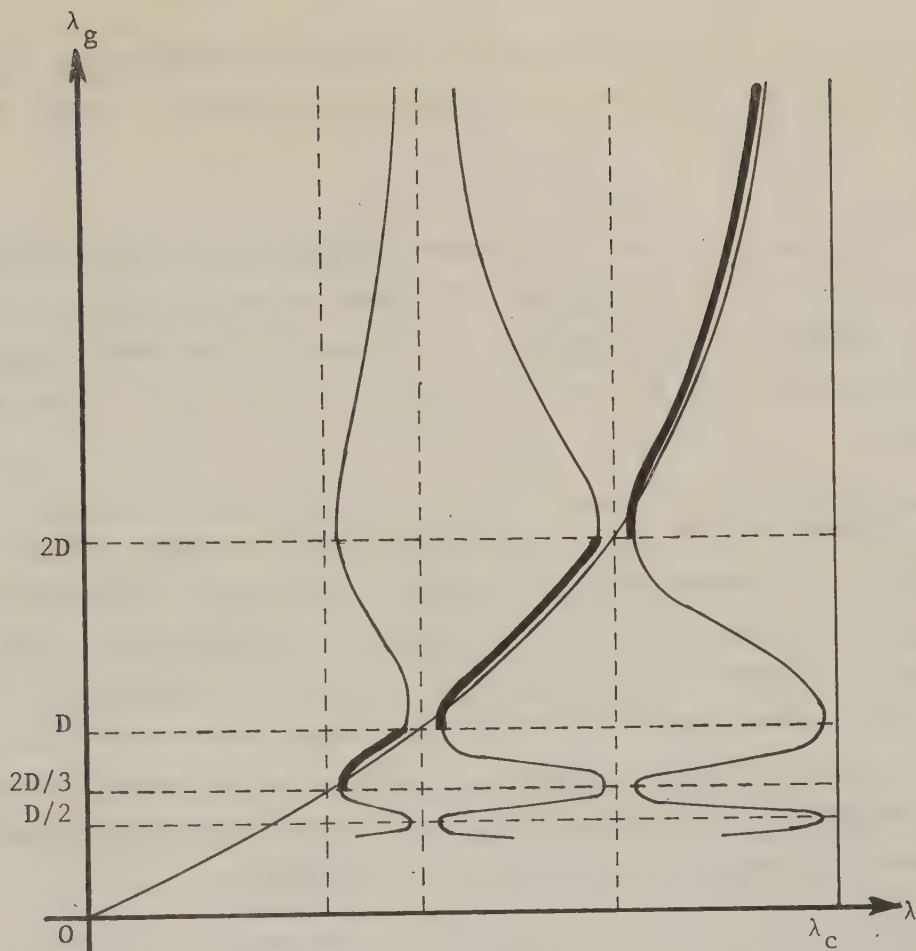


figure 12

La figure 12 met en évidence le même phénomène sur le graphe représentant λ_g en fonction de λ .

Au fur et à mesure que les accidents périodiques deviennent plus importants, les courbes se déplacent en se déformant et les bandes interdites s'élargissent.

D'autre part, nous rappelons que nous nous sommes intéressés à des modes comportant une seule alternance de la composante E_z du champ électrique dans la direction Oy. Les résultats obtenus précédemment se généralisent au cas d'un nombre entier quelconque de fuseaux de la composante E_z du champ électrique dans cette direction, les courbes de dispersion de ces différents modes pouvant se chevaucher dans certaines parties du plan.

Tous ces résultats peuvent s'appliquer indifféremment à des modes de type S ou de type A, l'ensemble des courbes pouvant également se chevaucher.

Pour caractériser complètement un mode nous ajoutons au groupe de deux lettres S ou A (défini au § 10) deux indices entiers ; le premier indique le nombre d'alternances de la composante E_z du champ électrique dans la direction Oy et le second, le numéro d'ordre de la bande permise de ce mode.

Notons que des modes caractérisés par un premier indice nul peuvent exister ; les composantes des champs ne dépendent plus alors de la variable y ; en faisant $v = 0$ dans l'équation de dispersion, on peut constater que les éléments de couplage $Z_{pq}^{(1)}$ et $Z_{pq}^{(4)}$ s'annulent ; les modes T.E. et T.M. peuvent donc exister indépendamment. Mais toutes les composantes de ce dernier type s'annulent, si bien que les modes tels que SA_{on} ou SS_{on} , purement T.E., ne peuvent interagir avec le faisceau électronique. Nous ne nous intéresserons donc plus à de tels modes.

§ 12 - Mode fondamental des guides à fentes ouvertes

Considérons à nouveau l'équation de dispersion donnée au § 9. Si nous faisons $k = v$, (soit $\lambda = 2b$), la somme de la série intervenant dans l'expression de $Z_{pq}^{(2)}$ est nulle ; quant au terme : $-\delta_{pq} \xi \frac{dD}{2}(k^2 - v^2)g_p$, il est également nul en général, mais il est infini pour $p = 0$ et

$$g_p = \frac{\cotg \mu_p \frac{A-a}{2}}{\mu_p} \text{ (cas d'un mode antisymétrique dans les corrugations).}$$

Dans l'autre cas, où $g_p = -\frac{\tg \mu_p \frac{A-a}{2}}{\mu_p}$ (mode symétrique dans les corrugations), tous les éléments $Z_{pq}^{(2)}$ s'annulent pour $k = v$. Le déterminant prend alors l'allure schématisée ci-après.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccc}
 & & p & & \\
 & & \uparrow & & \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 Z_{pq}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{pq}^{(2)} \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 q \leftarrow & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \rightarrow q \\
 & & 0 & & 0 & & \\
 & & \downarrow & & & & \\
 & & p & & & &
 \end{array}
 \end{array}$$

On peut montrer facilement (par exemple en le développant par rapport à une ligne ou à une colonne) qu'un tel déterminant est identiquement nul. Dans le cas des fentes ouvertes (seul cas où un mode S puisse exister dans les corrugations), les courbes de dispersion de type SS_{n1} et AS_{n1} sont donc données par la relation très simple : $\lambda = 2nb$.

En particulier, dans le cas d'une seule alternance de champ électrique dans la direction Oy, les courbes de dispersion des modes SS_{11} et AS_{11} sont confondues et données par $\lambda = 2b$, quelles que soient toutes les autres dimensions. Ces courbes ont une largeur nulle ; c'est dire que toutes les vitesses de phase peuvent exister à la même fréquence. Mais, inversement, tout tube électronique qui fonctionnerait sur ce mode n'oscillerait qu'à une seule fréquence.

Un moyen connu d'élargir ces bandes permises consiste à réaliser des fentes de longueurs inégales, en alternant une fente courte et une fente longue. Ce procédé est très utilisé, en particulier, dans la réalisation des magnétrons du genre "soleil levant".

§ 13 - Guides à fentes inégales alternées

Nous ne pouvons pas trouver, par une théorie rigoureuse, l'équation de dispersion relative à de tels guides, à cause de la difficulté déjà mentionnée de "l'angle vif". Cependant, par des considérations intuitives, nous pouvons imaginer comment se déforment les courbes de dispersion d'un guide

à fentes égales, lorsque, par la pensée, nous réduisons la longueur des fentes de numéro impair et allongeons celles de numéro pair, ou inversement.

Le pas de la structure, qui était D lorsque les fentes étaient égales, devient $D' = 2D$; en raison du théorème de Floquet - Bloch, l'amplitude de l'onde progressive dans un guide à fentes inégales alternées présente, également, la périodicité $2D$. La courbe de dispersion initiale, représentant $k = k(\gamma)$ et admettant pour axes de symétrie les droites d'abscisses $\gamma = 0$ et $\gamma = \frac{\pi}{D}$, doit être modifiée afin que les nouveaux axes de symétrie aient pour équations $\gamma = 0$ et $\gamma = \frac{\pi}{2D}$. Cela peut se réaliser, d'une manière analogue au processus de passage d'un guide lisse à un guide régulièrement corrugué (cf. § 11), par l'apparition de branches supplémentaires qui scindent la courbe primitive en deux nouvelles courbes (fig. 13 a).

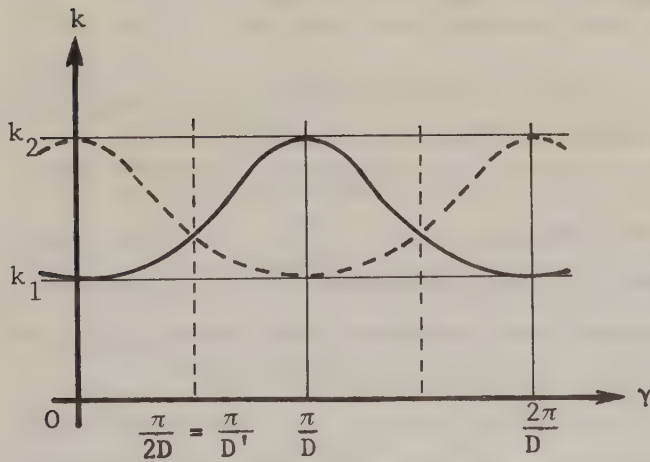


figure 13 a

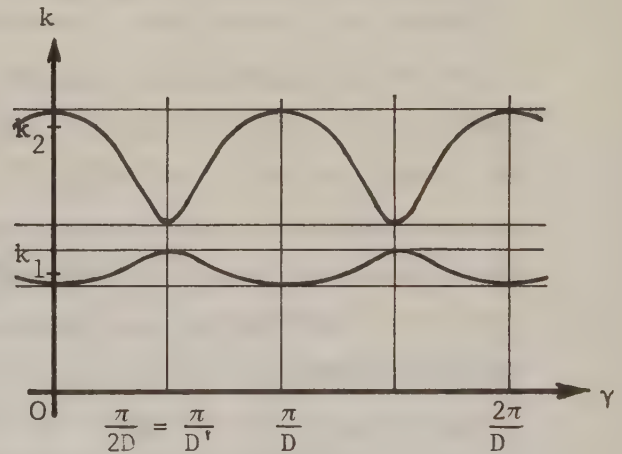


figure 13 b

Au fur et à mesure que l'écart entre les longueurs augmente, ces nouvelles courbes se déplacent et se déforment (fig. 13 b). On peut considérer d'ailleurs, très grossièrement, que chacune de ces courbes correspond, soit à un processus de propagation dans un guide chargé par des fentes longues, mais perturbé par la présence des petites fentes, soit au processus inverse.

Dans le cas des modes AS_{11} ou SS_{11} des fentes ouvertes, la courbe

de dispersion est une droite ; l'inégénéralisation alternée de ces fentes doit cependant faire apparaître deux courbes de dispersion différentes et de largeur non nulle. D'autre part, la dégénérescence doit être levée et conduire à l'apparition de courbes voisines correspondant chacune à l'un des modes AS_{11} ou SS_{11} .

L'étude expérimentale de diverses structures nous a permis de contrôler et de préciser les données théoriques obtenues précédemment. Les procédés et les résultats expérimentaux sont décrits dans le chapitre suivant.

—:—

Chapitre II

Etude numérique et expérimentale de la dispersion

§ 1 - Etude numérique de l'équation de dispersion

Pour effectuer les calculs numériques, nous avons transformé les expressions des éléments du déterminant en rapportant les longueurs d'onde et les dimensions de la structure, au pas D ; les paramètres réduits ainsi obtenus permettent de donner des courbes de dispersion valables pour l'infinité de guides "homothétiques" les uns des autres.

Nous avons posé :

$$X = \frac{D}{\lambda_g} = \frac{D}{2\pi} \gamma, \quad Y = \frac{D}{\lambda} = \frac{D}{2\pi} k, \quad A_1 = \frac{a}{D}, \quad A_2 = \frac{A-a}{D}, \quad B = \frac{D}{2b}, \quad \Delta = \frac{D}{2d}$$

Les expressions des $Z_{pq}^{(i)}$ s'écrivent alors :

$$Z_{pq}^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -q\Delta B (X+m)^2 F_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} + \delta_{pq} \frac{p\pi^2}{2} BG_p$$

$$Z_{pq}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (Y^2 - B^2) (X+m)^2 F_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} - \delta_{pq} \xi \frac{\pi^2}{2\Delta} (Y^2 - B^2) G_p$$

$$Z_{pq}^{(3)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} pq\Delta^2 (Y^2 - (X+m)^2) F_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} - \delta_{pq} \frac{\pi^2}{2\Delta} (Y^2 - p^2 \Delta^2) G_p$$

$$Z_{pq}^{(4)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -p\Delta B \cdot (X+m)^2 F_m \frac{1}{\Gamma_{mpq}} + \delta_{pq} \frac{p\pi^2}{2} B G_p$$

avec $F_m = \frac{\operatorname{tg} \pi A_1 \sqrt{Y^2 - B^2 - (X+m)^2}}{\sqrt{Y^2 - B^2 - (X+m)^2}}$ pour un mode SS ou SA

$$F_m = - \frac{\operatorname{cotg} \pi A_1 \sqrt{Y^2 - B^2 - (X+m)^2}}{\sqrt{Y^2 - B^2 - (X+m)^2}} \quad \text{pour un mode AS ou AA}$$

$$G_p = - \frac{\operatorname{tg} \pi A_2 \sqrt{Y^2 - B^2 - p^2 \Delta^2}}{\sqrt{Y^2 - B^2 - p^2 \Delta^2}} \quad \text{pour un mode SS ou AS}$$

$$G_p = \frac{\operatorname{cotg} \pi A_2 \sqrt{Y^2 - B^2 - p^2 \Delta^2}}{\sqrt{Y^2 - B^2 - p^2 \Delta^2}} \quad \text{pour un mode SA ou AA}$$

$$E = \begin{cases} 1 - \cos \frac{\pi}{\Delta} (X+m) & \text{si } p \text{ et } q \text{ pairs} \\ i \sin \frac{\pi}{\Delta} (X+m) & \text{si } p \text{ pair, } q \text{ impair} \\ -i \sin \frac{\pi}{\Delta} (X+m) & \text{si } p \text{ impair, } q \text{ pair} \\ 1 + \cos \frac{\pi}{\Delta} (X+m) & \text{si } p \text{ et } q \text{ impairs} \end{cases}$$

$$\Gamma_{mpq} = ((X+m)^2 - p^2 \Delta^2) ((X+m)^2 - q^2 \Delta^2).$$

Afin de vérifier expérimentalement la validité de cette équation de dispersion, nous avons tracé Y en fonction de X (pour $0 < X < 0,5$) pour différentes combinaisons de modes symétriques et antisymétriques dans le guide et les corrugations, ainsi que pour un guide G_1 dont les dimensions ont été choisies arbitrairement à partir des valeurs :

$$A_1 = 1,325 \quad ; \quad A_2 = 1 \quad ; \quad B = 0,217 \quad ; \quad \Delta = 1.$$

Ces courbes sont obtenues de la manière suivante : pour en déterminer un point, on se fixe une valeur de X comprise entre 0 et 0,5 et on calcule la valeur du déterminant pour deux valeurs d'essai de Y . En utilisant la méthode de Newton, on recherche, par interpolations successives, la valeur de Y qui annule ce déterminant. Celui-ci est limité, bien entendu, dans l'approximation d'ordre n , à un déterminant fini de $2n$ lignes et $2n$ colonnes, chaque terme étant obtenu par une sommation sur l'indice m , m variant entre $-n$ et $+n$. Nous avons constaté que les racines Y_n ainsi obtenues forment une suite rapidement convergente comme le montre le tableau suivant :

X	0,005	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
Y_1	0,333 ₀	0,334 ₅	0,338 ₃	0,344 ₁	0,351 ₃	0,359 ₄
Y_3	0,332 ₈	0,334 ₄	0,338 ₆	0,344 ₉	0,352 ₆	0,361 ₁

X	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
Y_1	0,367 ₅	0,374 ₉	0,380 ₉	0,385 ₂	0,386 ₈
Y_3	0,369 ₆	0,376 ₉	0,382 ₅	0,386 ₂	0,387 ₅

Ces calculs numériques ont été réalisés sur un ordinateur SETI - PB - 250 ; les résultats sont donnés par les courbes du § 2 et du § 3.

§ 2 - Vérifications expérimentales* de l'équation de dispersion

Deux méthodes différentes ont été utilisées, selon la bande de fréquences choisie, avec des guides de type G_1 .

* Ces vérifications ont été effectuées dans les laboratoires de la Société L.M.T.

1 - Méthode du court-circuit mobile

La figure 14 représente schématiquement le montage utilisé ; un klystron débite sur une section guidée comportant un ondemètre et une ligne de mesure, et terminée par un guide chargé d'une vingtaine de centimètres de long plongeant dans du mercure dont la surface libre constitue un piston mobile.

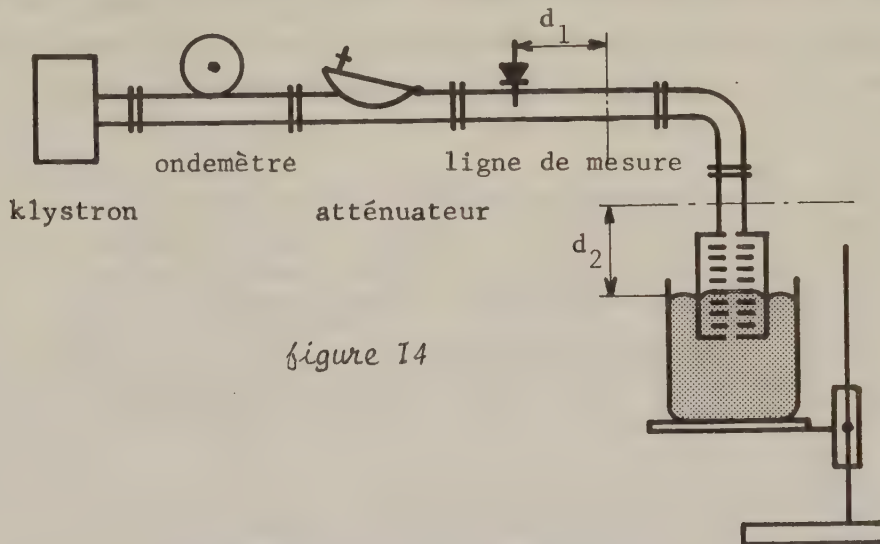


figure 14

Les mesures ont été faites dans la bande X, car les dimensions du guide chargé étant de l'ordre de plusieurs millimètres, les phénomènes de capillarité ont alors une importance relativement faible et le niveau du mercure est sensiblement le même à l'intérieur et à l'extérieur du guide.

Il s'établit dans l'ensemble un régime d'ondes stationnaires. Grâce à la ligne de mesure, on peut repérer la position d_1 , par rapport à une origine arbitraire, d'un minimum de champ électrique.

On peut également mesurer la distance d_2 entre le niveau du mercure et un plan de section droite arbitraire du guide.

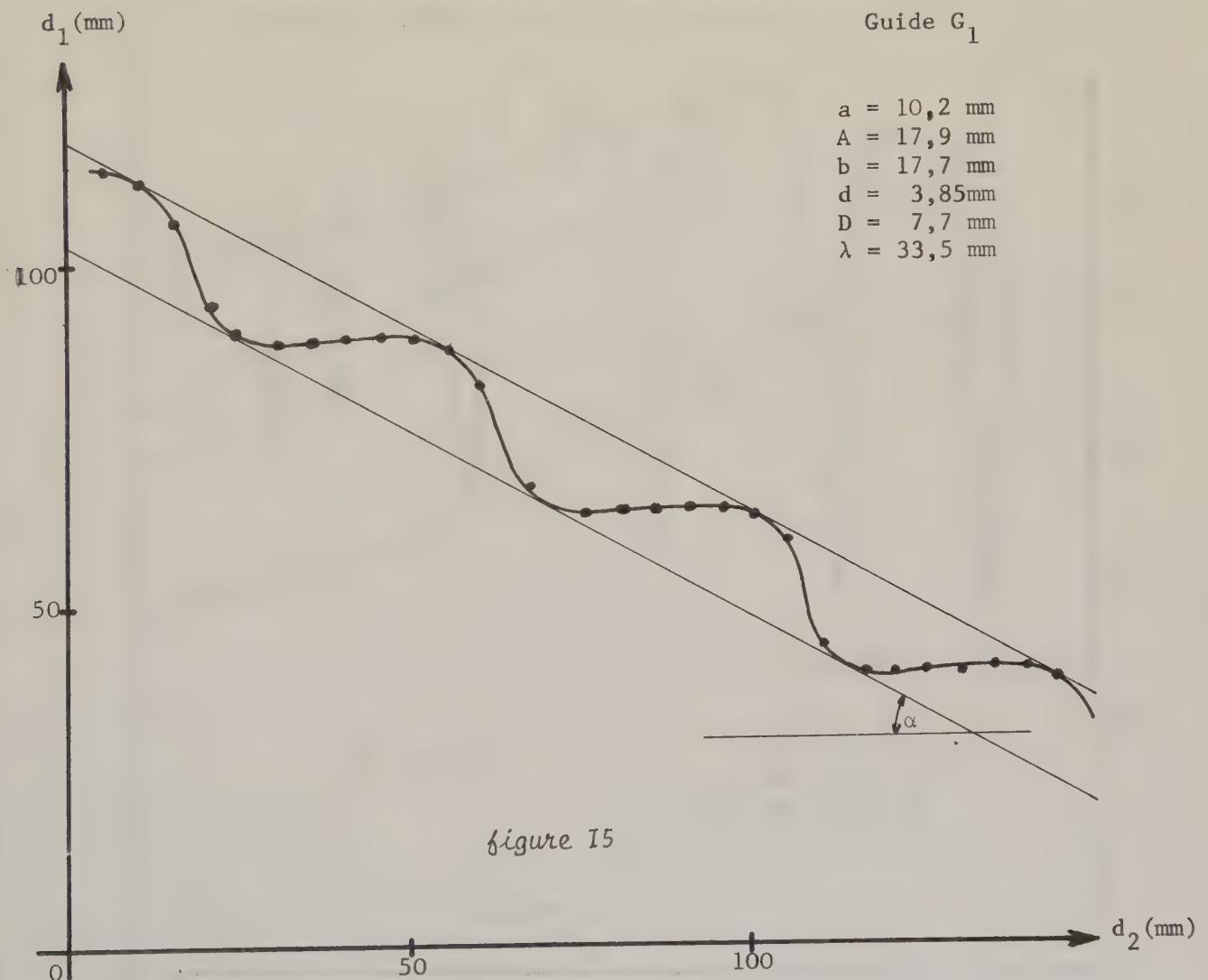
A une fréquence donnée, on trace alors la courbe représentant d_1 en fonction de d_2 ; chaque fois que le niveau du mercure se déplace

d'une longueur $\lambda_g/2$ dans le guide chargé, la sonde se déplace d'une longueur $\lambda'_g/2$, λ'_g désignant la longueur d'onde dans le guide lisse constituant la ligne de mesure.

La courbe obtenue est représentée sur la figure 15 ; on obtient

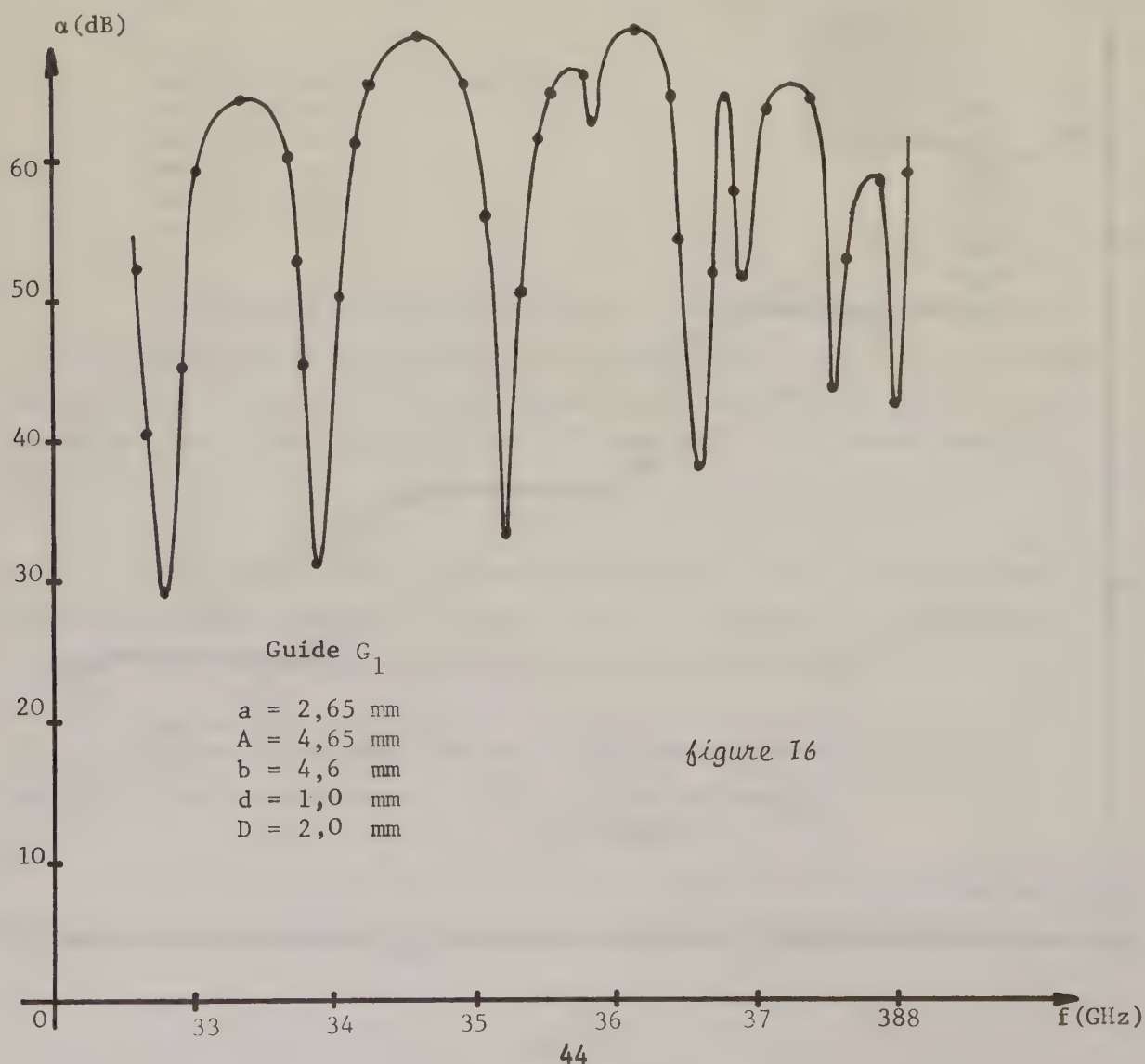
$$\lambda_g = \frac{\lambda'_g}{\text{tg } \alpha}, \text{ tg } \alpha \text{ désignant la pente de la tangente à la courbe en S.}$$

C'est ainsi que cette courbe a été tracée à une fréquence $f = 8,96 \text{ GHz}$, soit $\lambda = 33,5 \text{ mm}$ et $\lambda'_g = 49,3 \text{ mm}$. Avec $\text{tg } \alpha = 0,553$, on obtient $\lambda_g = 89,2 \text{ mm}$.



2 - Méthode de résonance

Nous avons également étudié expérimentalement le guide chargé de type G_1 en opérant dans la bande Ka ; les dimensions linéaires du guide chargé étant alors voisines du millimètre, la méthode du court-circuit par le mercure a dû être abandonnée, à cause des phénomènes gênants de capillarité. Nous avons réalisé la structure à étudier par empilage et brasage de plaques rectangulaires en cuivre, percées alternativement d'un rectangle de dimensions $a \times b$ et $A \times b$. La détermination de la longueur d'onde guidée λ_g se fait en écrivant qu'à la résonance, la longueur de la cavité est un multiple de $\lambda_g/2$. L'ambiguïté sur le nombre de demi-longueurs d'onde est levée par l'étude de plusieurs cavités de longueurs différentes.



La détermination des fréquences de résonance se fait en relevant des courbes d'énergie transmise par ces cavités, lorsqu'elles sont excitées à une extrémité par l'intermédiaire d'une fente de couplage percée sur le flanc d'un guide lisse, le couplage de sortie étant réalisé à l'autre extrémité de manière analogue.

La figure 16 donne l'allure du taux d'affaiblissement mesuré sur une cavité comportant six pas, au voisinage de 35 GHz. L'ensemble des points

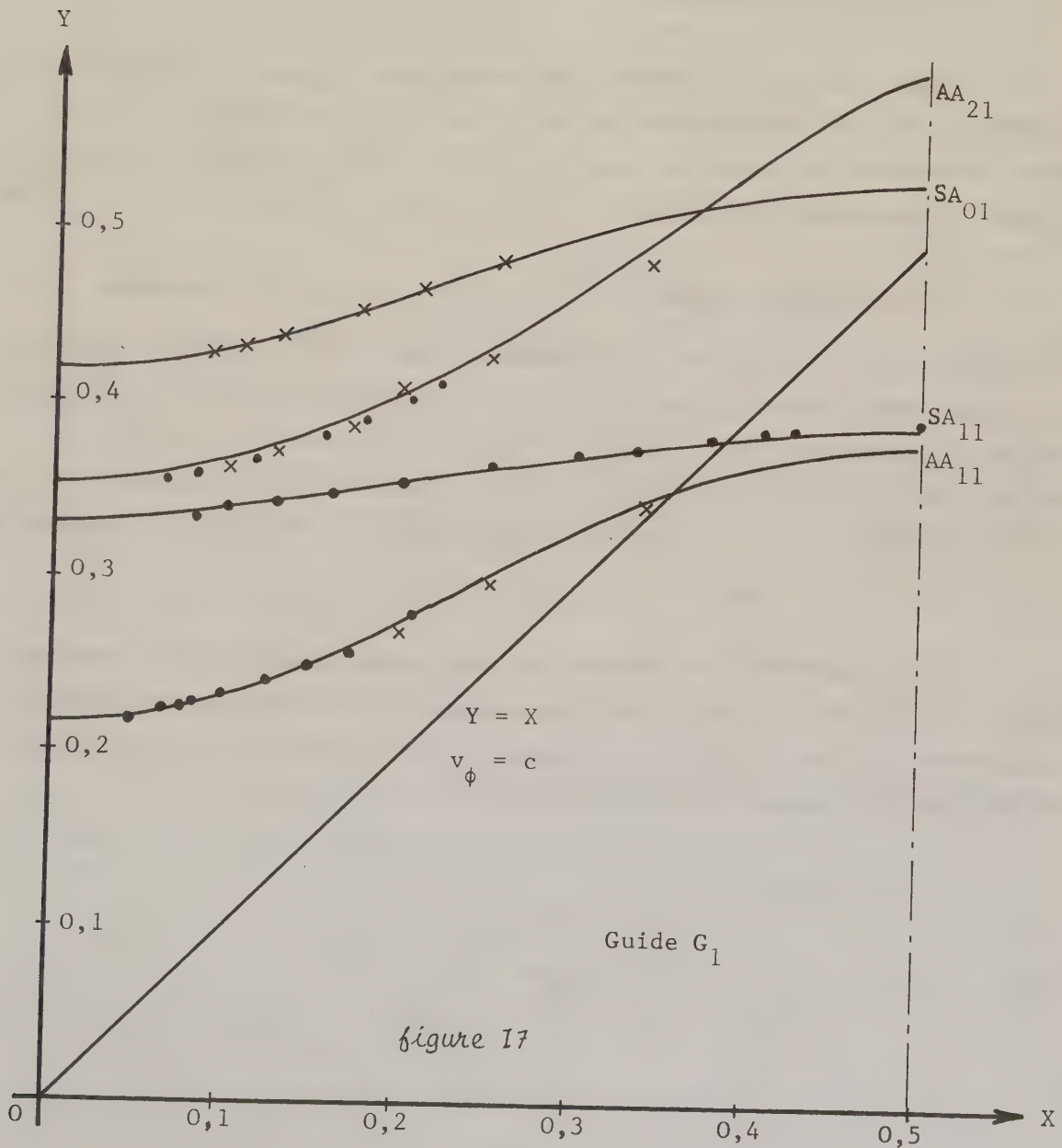


figure 17

expérimentaux obtenus par les deux méthodes est représenté sur les graphes de la figure 17.

On peut constater le bon accord entre la théorie et l'expérience ; les valeurs expérimentales représentées par les croix ont été trouvées au moyen de la première méthode, celles représentées par les points au moyen de la seconde, et les courbes sont théoriques.

§ 3 - Influence des dimensions

Nous pouvons rechercher les dimensions à donner à un guide afin d'obtenir une onde suffisamment ralentie pour être exploitable. Il peut être intéressant de connaître dans quel sens il est nécessaire de faire varier les différents paramètres.

Nous rappelons que : $\frac{v_\phi}{c} = \frac{k}{\gamma} = \frac{\lambda_g}{\lambda} = \frac{Y}{X}$, avec les notations déjà précisées. Pour un point de fonctionnement donné, défini par la valeur de X , l'onde sera d'autant plus ralentie que le paramètre réduit $Y = \frac{D}{\lambda}$ sera faible. Choisissons, pour étudier l'évolution des courbes $Y = Y(X)$, le maximum de celles-ci, donné par $X = 0,5$. L'onde est alors purement stationnaire et constituée par des ondes progressives de constantes de propagation $\gamma_0 = -\gamma_{-1}$, $\gamma_1 = -\gamma_{-2}$, ..., $\gamma_m = -\gamma_{-m-1}$, ...

En conservant uniquement les deux ondes fondamentales données par $m = 0$ et $m = -1$ et en faisant sauvagement $p = 0$ dans l'équation de dispersion, celle-ci s'écrit simplement, pour le mode SA_{11} , tous calculs faits et en négligeant $Y^2 - B^2$ devant 1 :

$$\cotg x = Kx,$$

$$\text{avec } K = \frac{1}{\Delta} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{4\Delta}}{(\frac{\pi}{4\Delta})^2} \frac{1}{\pi A_2} \frac{\text{th} \frac{\pi A_1}{2}}{\frac{\pi A_1}{2}}$$

$$\text{et } x = \pi A_2 \sqrt{Y^2 - B^2}$$

Les valeurs approchées de Y , correspondant à $X = 0,5$, sont obtenues, lorsque K varie, à partir des intersections des courbes de la figure 18.

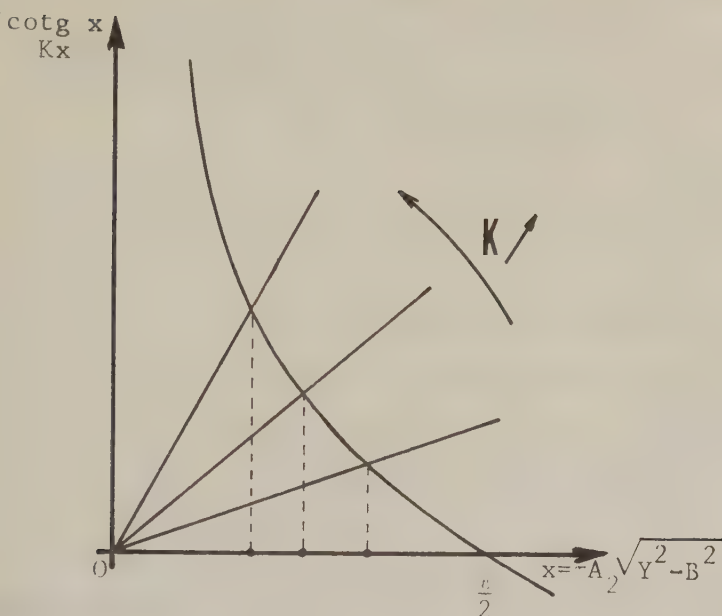


figure 18

les deux premiers facteurs de l'expression de K sont pratiquement sans grande influence pratique.

Remarquons d'abord que, si Y et B varient de façon à ce que l'expression $(Y^2 - B^2)$ reste constante, les courbes sont stationnaires ; autrement dit, pour faire décroître Y , il faut diminuer $B = \frac{D}{2b}$, c'est-à-dire augmenter la longueur b des fentes.

D'autre part, pour des raisons de construction, $\Delta = \frac{D}{2d}$ reste voisin de l'unité, si bien que

Pour augmenter le coefficient angulaire K , il faudrait diminuer $A_1 = \frac{a}{D}$; mais lorsque l'argument de la tangente hyperbolique devient inférieur à 1, le facteur $\text{th} \frac{\pi A_1}{2} / \frac{\pi A_1}{2}$ reste sensiblement constant. Par contre, le facteur $\frac{1}{\pi A_2}$ peut être très influent ; si $A_2 = \frac{A-a}{D}$ (qui mesure la profondeur des cavités) augmente, le coefficient K diminue, ce qui a pour effet de réduire la valeur de Y et d'accroître le ralentissement de l'onde.

Des calculs numériques, concernant un guide G_2 pouvant propager une onde très nettement ralentie, et de caractéristiques :

$$A_1 = 1,325, \quad A_2 = 4, \quad B = 0,05, \quad \Delta = 1,$$

ont permis de préciser davantage l'influence des différentes dimensions, tant sur le ralentissement de l'onde que sur la largeur de la bande permise.

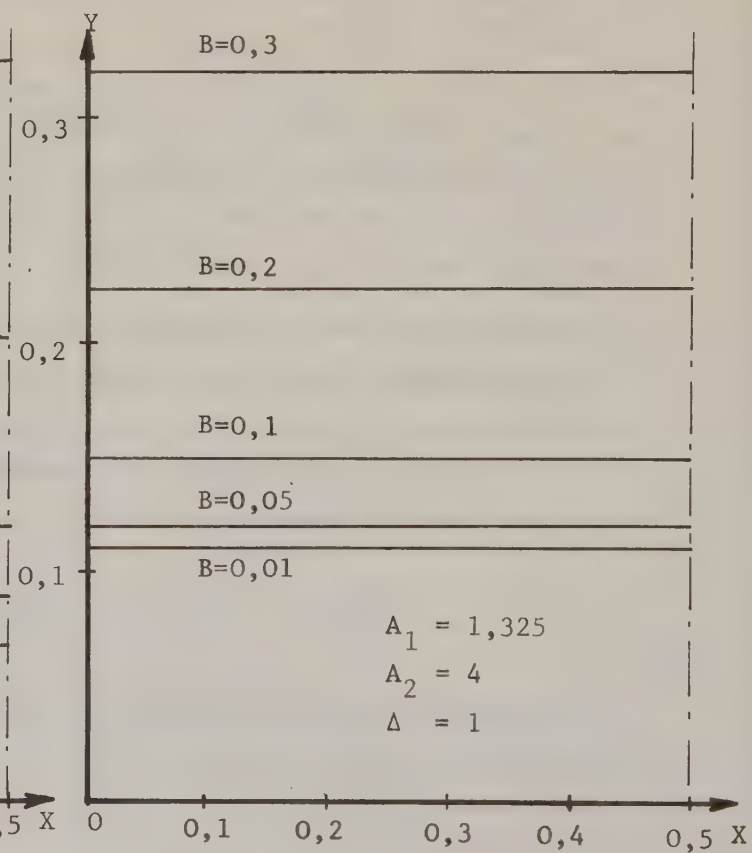
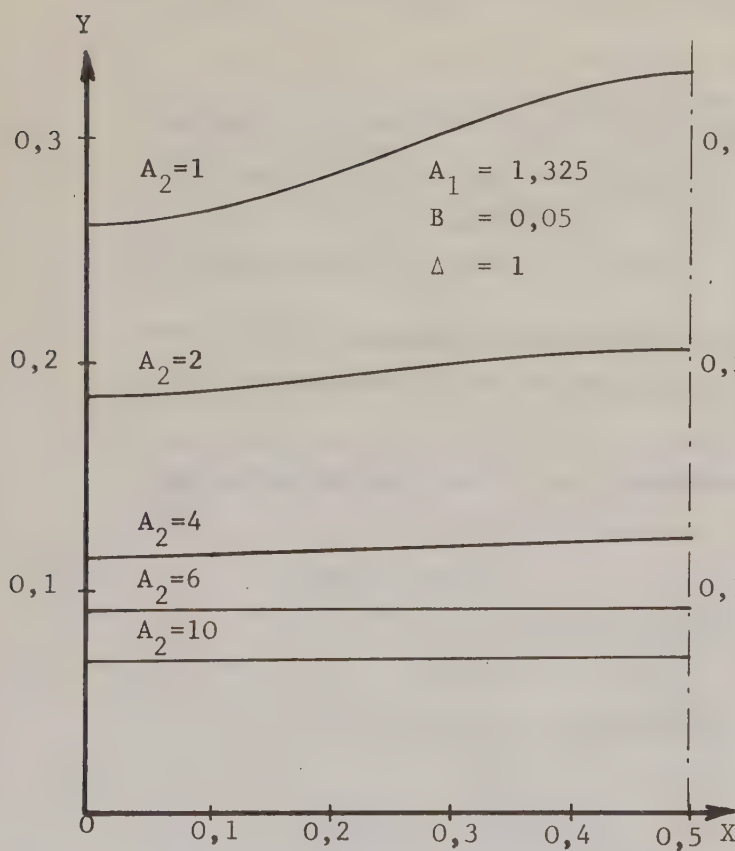
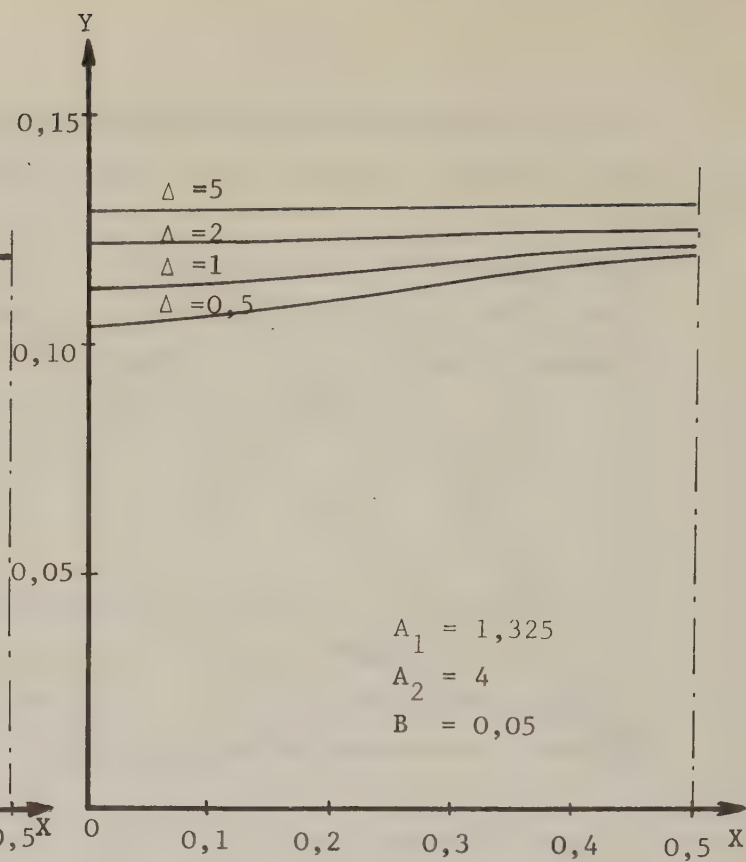
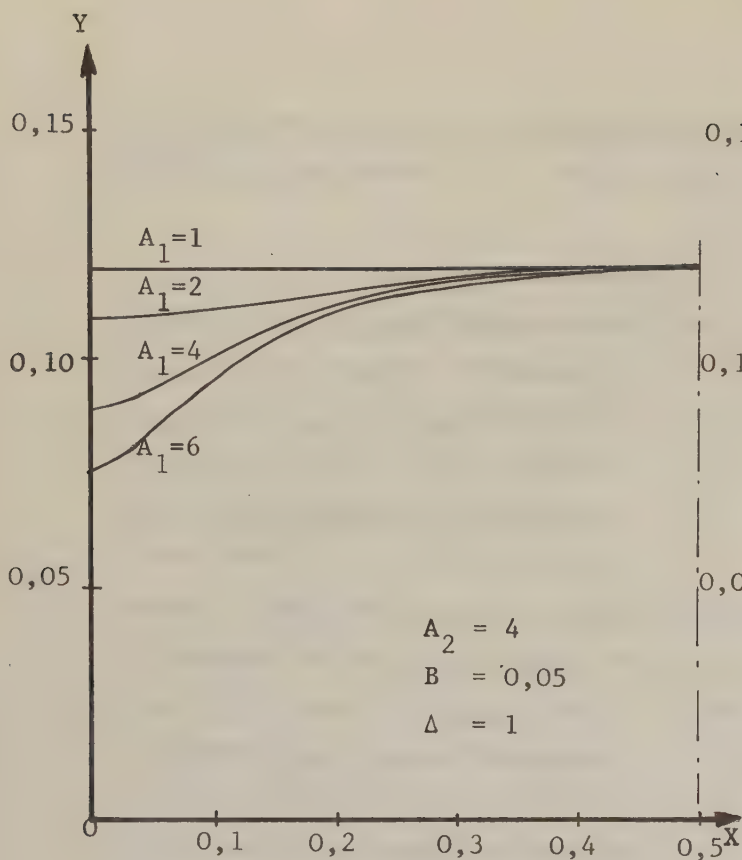


figure 19

La figure 19 représente les courbes de dispersion lorsque varient séparément les paramètres A_1 , A_2 , B , Δ à partir des valeurs caractérisant le guide G_2 .

Nous pouvons constater que les dimensions influant sur le ralentissement de l'onde sont bien A_2 et B , mais que les paramètres A_1 et Δ agissent sur la largeur de la bande permise.

Ces considérations concernent le mode de type SA_{11} , comme il a été dit ; elles ne sont évidemment pas générales et ne s'appliquent pas, en particulier, aux modes de type SS_{n1} et AS_{n1} pour lesquels seule la longueur b des fentes intervient dans l'équation de dispersion.

§ 4 - Etude expérimentale de l'extension spatiale

Avec le même guide, de type G_2 , nous avons également tenu à vérifier que des structures, obtenues par assemblage latéral des éléments étudiés jusqu'à présent, possèdent des courbes de dispersion sensiblement identiques à celle du guide élémentaire.

Nous avons expérimenté de tels assemblages dans la bande Ka, l'extension se faisant, soit dans la direction Ox avec décroissement du fond des cavités, soit dans la direction Oy en plaçant des fentes bout à bout. Dans ce dernier cas, il nous a fallu laisser un léger intervalle métallique entre les extrémités des fentes, si bien que la courbe théorique est un peu moins bien retrouvée.

La photographie suivante représente plusieurs assemblages comportant des nombres différents de guides élémentaires ; les couplages entre les cavités obtenues et les guides du banc de mesure se font, soit par le flanc du guide en excitant une rangée complète de fentes, soit par l'intermédiaire d'un cornet débouchant en face d'un seul canal.

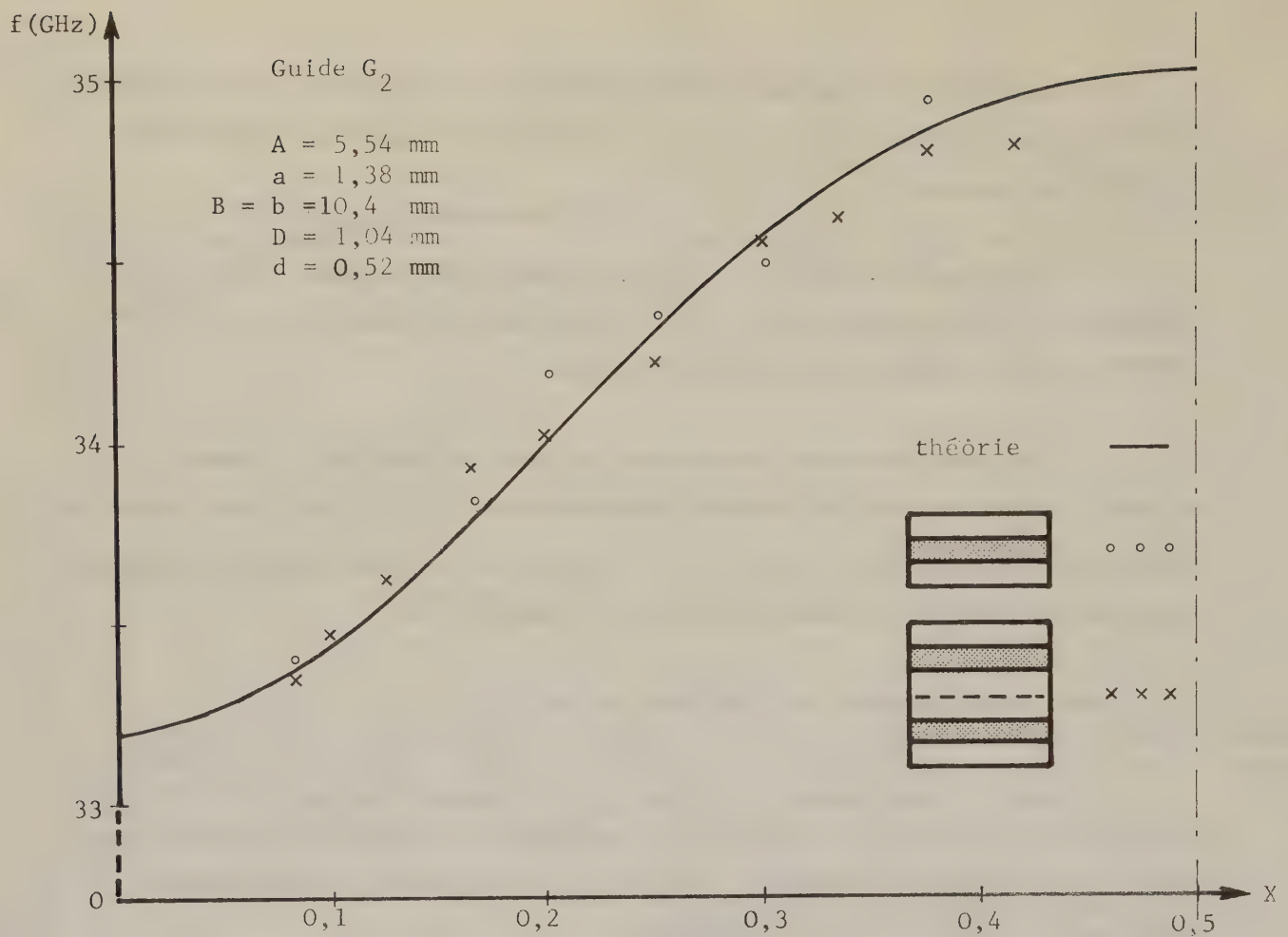
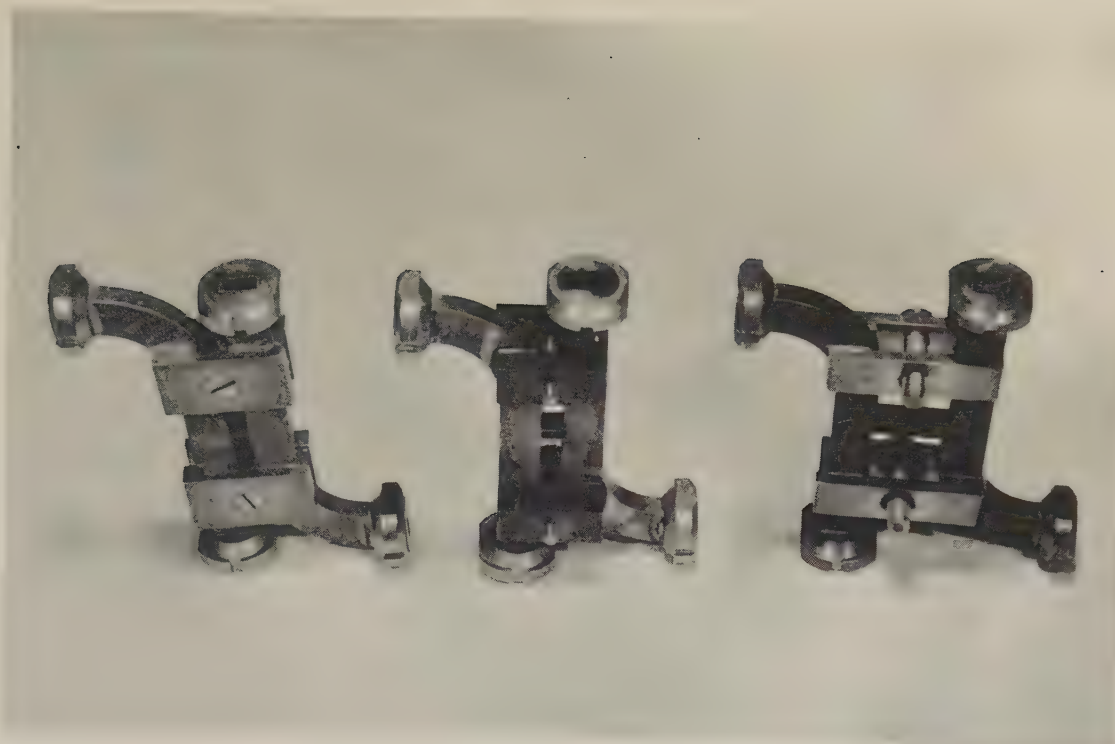


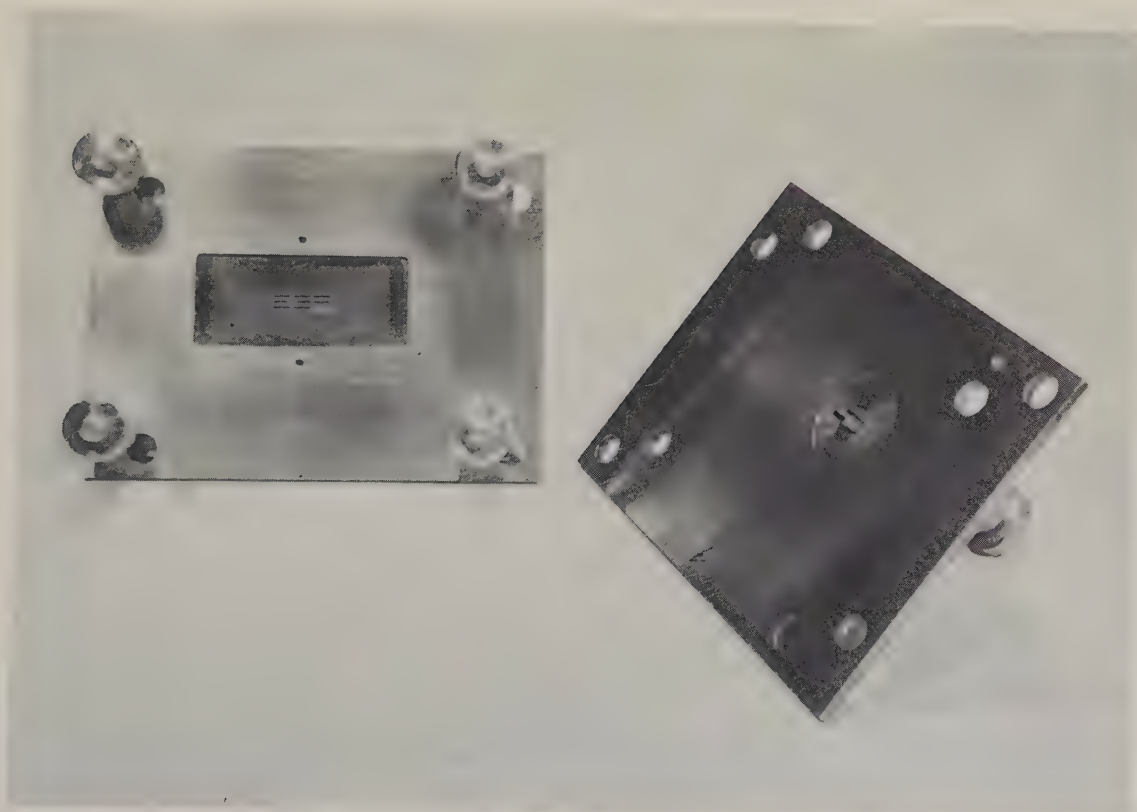
figure 20

La figure 20 montre que l'assemblage dans la direction Ox ne modifie pas la courbe de dispersion, aux erreurs expérimentales près.

La figure 21 représente des courbes expérimentales obtenues avec diverses associations de guides élémentaires ; on peut constater un moins bon accord que précédemment, dû essentiellement à la nécessité de séparer les fentes par une cloison d'épaisseur non négligeable ; les courbes restent cependant sensiblement voisines, l'écart relatif maximal étant de l'ordre de $2/100$.



Couplage par le flanc du guide



Couplage par un cornet

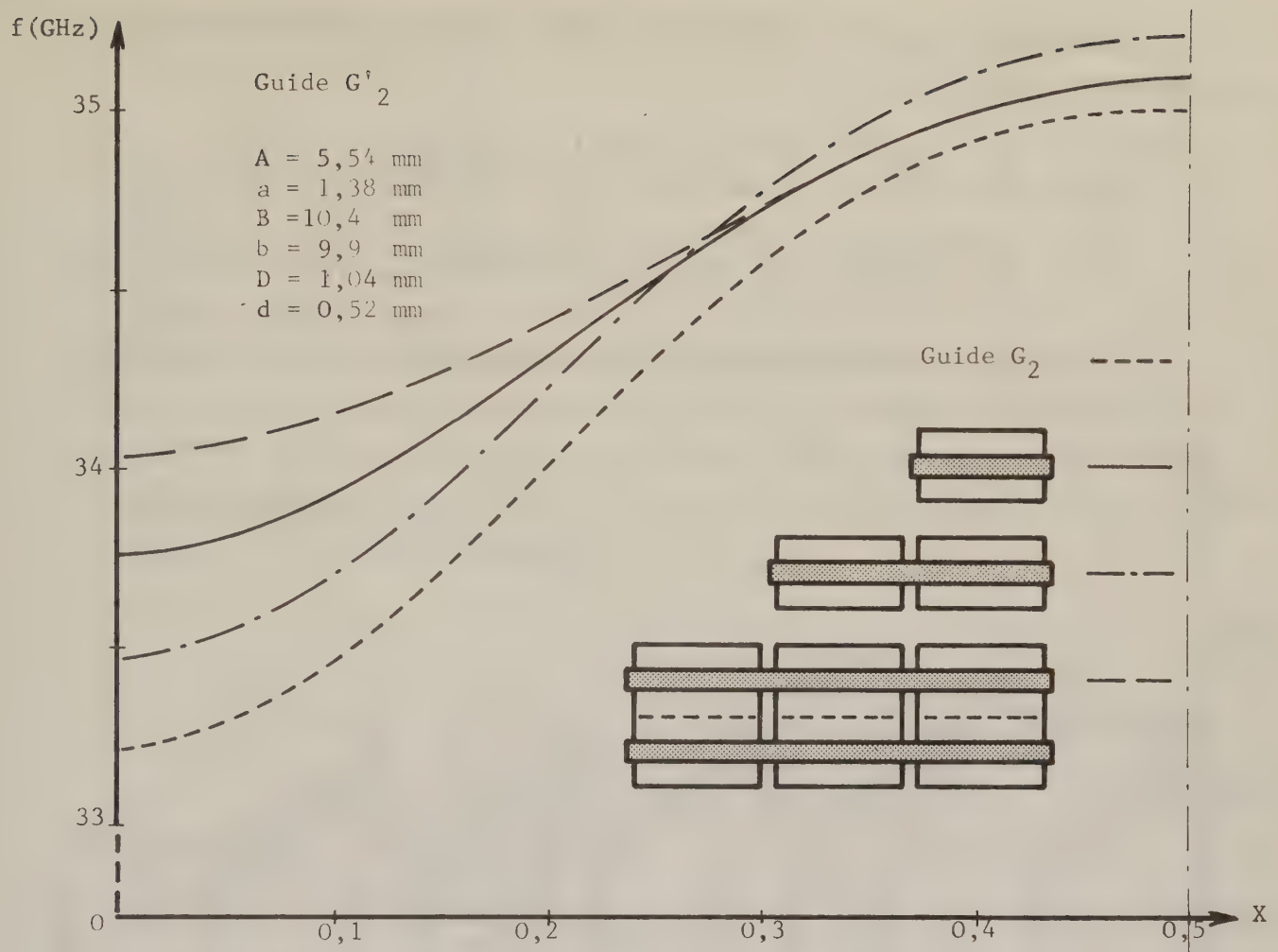


figure 21

Les courbes théoriques de dispersion ayant ainsi été vérifiées expérimentalement, nous avons ensuite recherché, par approximations successives, les dimensions d'une structure pour laquelle l'onde SA_{11} ait une vitesse de phase relativement faible ; en effet, celle correspondant au guide G_2 étant de l'ordre de 0,25 c au voisinage du mode π , la tension d'accélération du faisceau électronique, voisine de 15 kV, nous a paru trop élevée.

Nous avons recherché, par le calcul, de nouvelles dimensions à donner à un guide pour ralentir suffisamment la vitesse de phase de l'onde SA_{11} pouvant s'y propager.

Les guides G_3 et G_4 satisfaisant cette condition sont définis par les paramètres réduits suivants :

$$G_3 : A_1 = 1,60 ; A_2 = 10,4 ; B = 0,017\ 85 ; \Delta = 1,25$$

$$G_4 : A_1 = 1,33 ; A_2 = 10,0 ; B = 0,021\ 4 ; \Delta = 0,75.$$

Les courbes théoriques de dispersion sont données sur la figure 22.

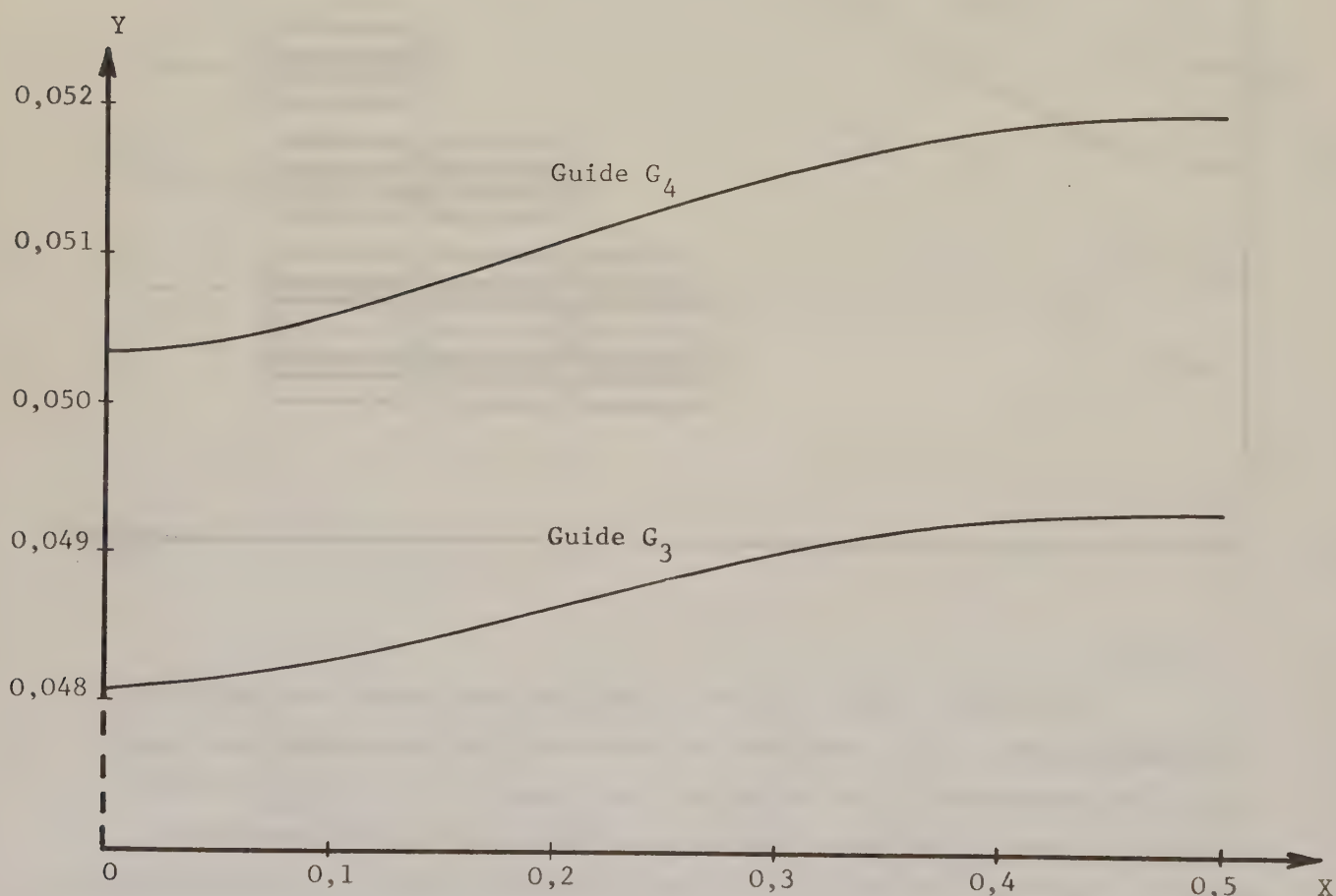


figure 22

Au voisinage du mode $\pi(X = 0,5)$, la vitesse de phase de l'onde est approximativement $c/10$; une tension relativement basse, de 2500 volts environ, permet alors d'obtenir une vitesse des électrons voisine de cette valeur.

§ 5 - Etude expérimentale des modes SS et AS des guides à fentes inégales

Cette étude a été faite dans la bande X au moyen d'un dispositif voisin de celui décrit au § 2, par la méthode du court-circuit mobile ; celui-ci est constitué par un piston pour éviter les désagréments du mercure. La cavité utilisée est représentée sur la figure 23 ; elle est constituée par deux plaques de laiton, percées de fentes inégales alternées, et séparées par des entretoises qui délimitent un canal central de largeur égale à celle d'un guide standard de la bande X. L'ensemble est serré entre deux pièces évidées constituant des cavités ; des lignes de couplage débouchent au voisinage des premières fentes de la structure et permettent d'effectuer des mesures par transmission.

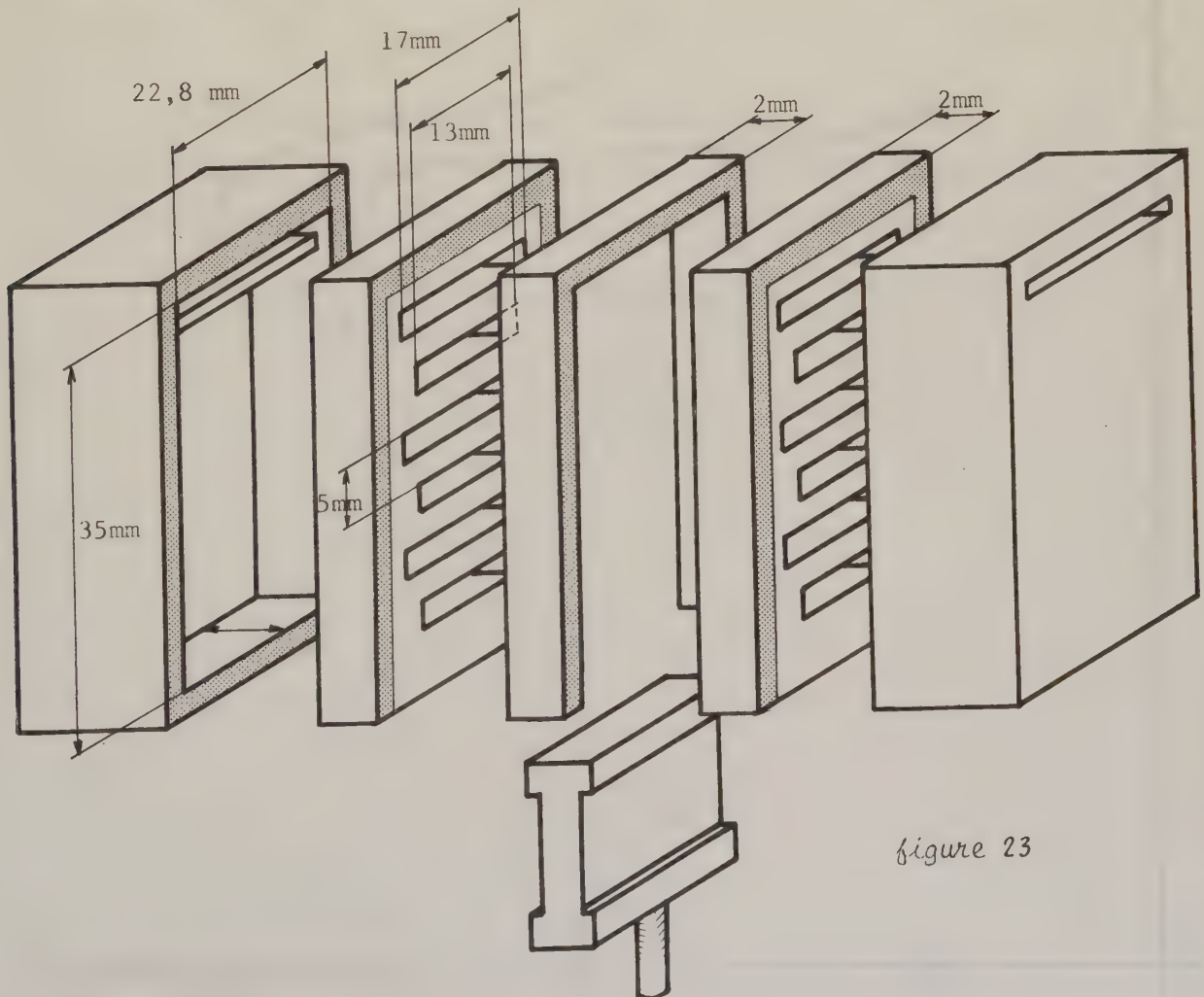


figure 23

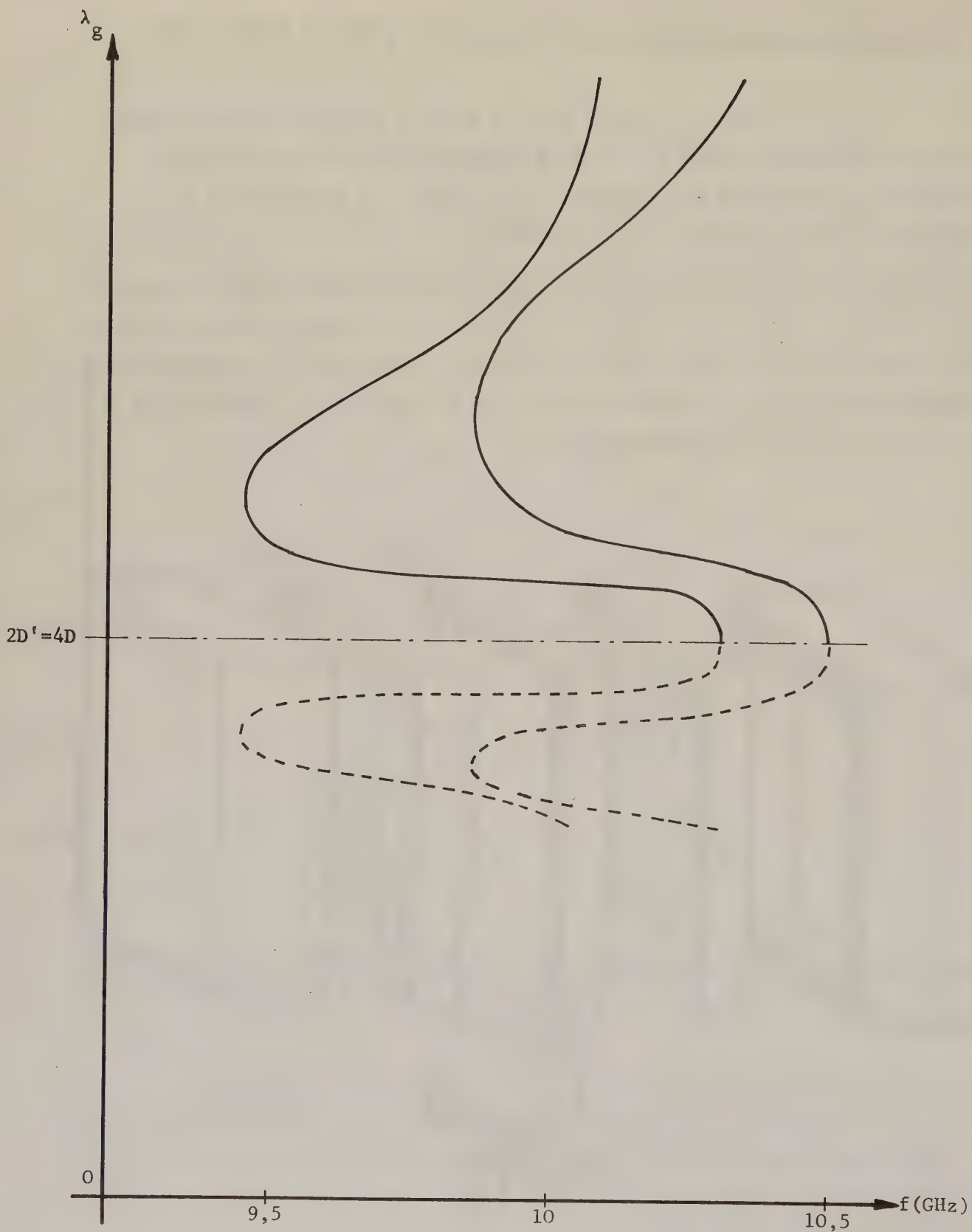


figure 24

Nous avons relevé, pour différentes fréquences de la bande de notre klystron, les longueurs de canal qui donnent des pics de transmission par résonance de la cavité ; ces longueurs étant des multiples de la demi-longueur d'onde guidée, nous avons pu tracer, au voisinage de la fréquence de 10 GHz, les courbes de dispersion d'une telle structure. Ces courbes sont données par la figure 24.

Il est vraisemblable que le dédoublement que l'on peut constater est dû à la séparation des modes SS et AS ; on peut aussi remarquer la déformation subie par ces courbes et la présence, en particulier, d'un point à tangente verticale qui n'existe pas sur les courbes classiques des structures à fentes égales.

L'ensemble des résultats, obtenus pour les différents circuits étudiés dans ce chapitre, nous permettront d'interpréter plus loin, les oscillations observées avec ces divers types de structures.

—:—

Deuxième partie

ETUDE de l'OSCILLATION

Chapitre I

Etude théorique de l'interaction entre l'onde et le faisceau

Nous nous proposons d'étudier l'interaction entre un faisceau électronique et une onde stationnaire à l'intérieur d'une cavité obtenue par limitation des guides étudiés dans la première partie.

Dans un premier temps, nous étudions les ondes progressives pouvant se propager dans de tels guides en présence du faisceau. Nous utilisons l'hypothèse des petits signaux et nous nous laissons guider par les études faites par Lapostolle et concernant les tubes à ondes progressives. Les calculs étant compliqués, nous limitons notre étude au mode de type SA_{11} du guide à fentes fermées, afin d'éviter la multiplication des cas possibles.

Dans un second temps, nous recherchons les caractéristiques de l'onde stationnaire, en la considérant comme la somme des ondes progressives précédemment étudiées. Nous pouvons alors trouver le coefficient d'amplification, par unité de temps, de cette onde stationnaire placée en présence du faisceau électronique.

§ 1 - Solution continue en coordonnées cartésiennes

Le champ électromagnétique, ainsi que la vitesse et la densité des

électrons doivent satisfaire aux équations de Maxwell et à l'équation fondamentale de la dynamique. Nous écrivons ces équations en affectant les grandeurs continues de l'indice 0.

$$\frac{\partial E_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{0y}}{\partial y} + \frac{\partial E_{0z}}{\partial z} = - \frac{n_0 e}{\epsilon_0} \quad (1-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_{0z}}{\partial y} - \frac{\partial H_{0y}}{\partial z} = - n_0 e v_{0x} + \epsilon_0 \frac{\partial E_{0x}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_{0x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{0z}}{\partial x} = - n_0 e v_{0y} + \epsilon_0 \frac{\partial E_{0y}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{0x}}{\partial y} = - n_0 e v_{0z} + \epsilon_0 \frac{\partial E_{0z}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_{0z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{0y}}{\partial z} = - \mu_0 \frac{\partial H_{0x}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_{0x}}{\partial z} - \frac{\partial E_{0z}}{\partial x} = - \mu_0 \frac{\partial H_{0y}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} = - \mu_0 \frac{\partial H_{0z}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (1-7)$$

$$\frac{dv_{0x}}{dt} = - \frac{e}{m_0} [E_{0x} + \mu_0 (v_{0y} H_{0z} - v_{0z} H_{0y})] \quad (1-8)$$

$$\frac{dv_{0y}}{dt} = - \frac{e}{m_0} [E_{0y} + \mu_0 (v_{0z} H_{0x} - v_{0x} H_{0z})] \quad (1-9)$$

$$\frac{dv_{0z}}{dt} = - \frac{e}{m_0} [E_{0z} + \mu_0 (v_{0x} H_{0y} - v_{0y} H_{0x})] \quad (1-10)$$

Nous nous plaçons en dehors du canon à électrons, dans une zone où le champ électrique continu E_{0z} est nul ; la vitesse v_{0z} du faisceau électronique doit donc rester égale à une constante v_0 si le faisceau est homocinétique à l'entrée du guide.

D'autre part, pour s'opposer à l'effet défocalisant de la charge d'espace, nous supposons que nous appliquons un champ magnétique H_0 dans la direction Oz , ce champ étant suffisamment grand pour rendre les vitesses v_{0x} et v_{0y} négligeables devant v_0 . Le champ magnétique H_{0z} est donc constitué par le champ imposé H_0 et par un champ fonction des coordonnées.

Enfin, la vitesse v_0 étant constante, et les vitesses transversales v_{0x} et v_{0y} pratiquement nulles, nous recherchons un faisceau à densité n_0 constante.

Compte-tenu de ces hypothèses, toutes les grandeurs deviennent indépendantes de t et de z ; nous pouvons donc annuler les dérivées partielles correspondantes, ce qui simplifie les équations ; celles qui ne sont pas identiquement vérifiées s'écrivent :

$$\frac{\partial E_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{0y}}{\partial y} = - \frac{n_0 e}{\epsilon_0} \quad (1-1')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_{0z}}{\partial y} = - n_0 e v_{0x} \approx 0 \end{array} \right. \quad (1-2')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_{0z}}{\partial x} = - n_0 e v_{0y} \approx 0 \end{array} \right. \quad (1-3')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} = - n_0 e v_0 \end{array} \right. \quad (1-4')$$

$$\frac{\partial E_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{0x}}{\partial y} = 0 \quad (1-7')$$

$$\begin{cases} E_{0x} + \mu_0(v_{0y} H_{0z} - v_{0z} H_{0y}) = 0 & (1-8') \\ E_{0y} + \mu_0(v_{0z} H_{0x} - v_{0x} H_{0z}) = 0 & (1-9') \end{cases}$$

Nous ne cherchons pas à trouver la solution de ces équations car il nous suffit, pour la suite, de savoir que cette solution existe.

§ 2 - Solution harmonique en coordonnées cartésiennes

Nous supposons que les grandeurs continues, précédemment définies, sont sujettes à des variations sinusoïdales, celles-ci étant supposées infiniment petites par rapport aux grandeurs correspondantes continues qui ne sont pas nulles. Cette hypothèse, dite "des petits signaux", permet de linéariser les équations en éliminant les termes produits de deux grandeurs variables (comme infiniment petits du second ordre).

Les grandeurs totales, qui vérifient les équations de la Physique, sont ainsi la somme d'une grandeur continue et d'une grandeur variable. Cette dernière est supposée être une fonction de t par le facteur $e^{i\omega t}$, et de z par le facteur $e^{-i\gamma z}$. Nous pouvons en déduire la valeur de la dérivée totale par rapport à t :

$$\frac{d}{dt} = \frac{dx}{dt} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t}$$

avec $\frac{dx}{dt} = v_{0x} \approx 0$ et $\frac{dy}{dt} = v_{0y} \approx 0$

$$\frac{d}{dt} = i(\omega - \gamma v_0)$$

Remarquons enfin que, les vitesses v_{0x} et v_{0y} étant infiniment petites du fait de la présence du champ H_0 , il en est de même, à fortiori, des vitesses variables v_x et v_y .

En écrivant les équations de Maxwell et l'équation fondamentale de la dynamique, et en tenant compte des équations obtenues au § 1 pour les grandeurs continues, ainsi que des hypothèses et approximations faites ci-dessus, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = - \frac{ne}{\epsilon_0} \quad (2-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\epsilon_0\omega E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\epsilon_0\omega E_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -n_0ev_z - nev_0 + i\epsilon_0\omega E_z \end{array} \right. \quad (2-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\epsilon_0\omega E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\epsilon_0\omega E_y \end{array} \right. \quad (2-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -n_0ev_z - nev_0 + i\epsilon_0\omega E_z \end{array} \right. \quad (2-4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\mu_0\omega H_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\mu_0\omega H_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\mu_0\omega H_z \end{array} \right. \quad (2-5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\mu_0\omega H_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\mu_0\omega H_z \end{array} \right. \quad (2-6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\mu_0\omega H_z \end{array} \right. \quad (2-7)$$

$$i(\omega - \gamma v_0)v_z = -\frac{e}{m_0} E_z \quad (2-10)$$

les équations (2-8) et (2-9) que l'on pourrait écrire, liant la grandeur H_0 infiniment grande et les grandeurs v_{0x} , v_{0y} , v_x , v_y infiniment petites, étant pour nous sans intérêt.

§ 3 - Recherche d'une onde de type T,M.

Comme dans le vide, nous recherchons une onde pour laquelle $H_z \equiv 0$, c'est-à-dire telle que le champ continu $H_{0z} \equiv H_0$ ne soit pas affecté par les variations harmoniques des autres grandeurs.

Nous définissons alors une fonction U par :

$$E_x = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \quad \text{et} \quad E_y = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} \quad (\text{avec } \frac{\partial}{\partial z} = -i\gamma)$$

et nous reportons les expressions de ces composantes dans les équations établies au § 2. Nous obtenons ainsi, en fonction de U , les expressions de la densité électronique, des composantes du champ électromagnétique et de la vitesse des électrons :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = -i\gamma \frac{\partial U}{\partial x} \\ E_y = -i\gamma \frac{\partial U}{\partial y} \\ E_z = (k^2 - \gamma^2)U \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} ZH_x = ik \frac{\partial U}{\partial y} \\ ZH_y = -ik \frac{\partial U}{\partial x} \\ ZH_z = 0 \end{array} \right.$$

$$v_z = \frac{ie}{m_0} \frac{k^2 - \gamma^2}{\omega - \gamma v_0} U, \quad n = \frac{i\epsilon_0 \gamma}{e} (\Delta U + k^2 U),$$

la fonction U satisfaisant à l'équation de propagation : $\Delta U + k'^2 U = 0$,
et avec $k'^2 = k^2 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - \gamma v_0)^2} (k^2 - \gamma^2)$, ω_p désignant la pulsation de plasma,
définie par : $\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_0}$.

La présence du faisceau modifie donc l'équation de propagation dans le vide, la constante k' se substituant à la constante $k = \frac{\omega}{c}$. Cette constante k' dépend, en particulier, de la densité électronique n_0 et de la vitesse du faisceau v_0 . Remarquons que si le faisceau disparaît, $n_0 = 0$, $\omega_p = 0$; on retrouve $k' = k$. Par contre, en présence de charge

d'espace immobile, $v_o = 0$ mais $n_o \neq 0$, $\omega_p \neq 0$ et $k'^2 = k^2 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} (k^2 - \gamma^2)$, $k' \neq k$.

§ 4 - Recherche d'une onde de type T.E.

L'équation (2-10) s'écrit, avec $E_z \equiv 0$: $i(\omega - \gamma v_o) v_z = 0$; soit $v_z \equiv 0$ et, d'une manière évidente, $n \equiv 0$.

Les équations de Maxwell sont donc identiques à celles obtenues dans le cas du vide ; l'onde de type T.E. n'est pas affectée par la présence du faisceau, ou, si l'on veut, le faisceau n'est pas modulé par l'onde T.E.

Les champs sont donc donnés par les mêmes équations que dans le vide, la fonction U obéissant toujours à l'équation : $\Delta U + k^2 U = 0$.

§ 5 - Expressions des composantes du champ électromagnétique

L'onde se propageant dans le faisceau voit son amplitude varier avec la cote z ; nous pouvons reprendre, dans le cas d'une onde amplifiée (ou atténuée), le théorème de Floquet-Bloch ; les champs dépendent de z par une fonction de la forme :

$$f(z) = g(z) e^{i\beta_o z} = g(z) e^{i\frac{2\pi z}{\lambda_g}},$$

avec $g(z) = A e^{\alpha z}$. Or, l'amplitude A a même périodicité que la structure ; nous pouvons donc la décomposer en séries de Fourier à termes complexes :

$$A = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{-im \frac{2\pi z}{D}}.$$

La fonction $f(z)$ s'écrit alors :

$$f(z) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m e^{-i\gamma_m z}, \quad \text{avec } \gamma_m = \beta_o + m \frac{2\pi}{D} + i\alpha.$$

Nous pouvons donc écrire les six composantes du champ électromagnétique, dans le guide central de la structure, sous forme de combinaisons linéaires de champs de type T.M. et de type T.E., les composantes T.M. étant seules affectées par la présence du faisceau.

$$E_x = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(\gamma_m \mu'_m E_{1m} \sin \mu'_m x - k v E_{2m} \sin \mu_m x) \cos v y e^{-i \gamma_m z} \quad (5-1)$$

$$E_y = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(\gamma_m v E_{1m} \cos \mu'_m x + k \mu_m E_{2m} \cos \mu_m x) \sin v y e^{-i \gamma_m z} \quad (5-2)$$

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (k^2 - \gamma_m^2) E_{1m} \cos \mu'_m x \cos v y e^{-i \gamma_m z} \quad (5-3)$$

$$ZH_x = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} -i(k v E_{1m} \cos \mu'_m x + \gamma_m \mu_m E_{2m} \cos \mu_m x) \sin v y e^{-i \gamma_m z} \quad (5-4)$$

$$ZH_y = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} i(k \mu'_m E_{1m} \sin \mu'_m x - \gamma_m v E_{2m} \sin \mu_m x) \cos v y e^{-i \gamma_m z} \quad (5-5)$$

$$ZH_z = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (k^2 - \gamma_m^2) E_{2m} \sin \mu_m x \sin v y e^{-i \gamma_m z} \quad (5-6)$$

le facteur $e^{i \omega t}$ étant sous-entendu et avec :

$$\gamma_m = \beta_m + i \alpha ; \quad \beta_m = \beta_0 + m \frac{2\pi}{D} ; \quad \beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_g}$$

$$\mu_m'^2 + v^2 + \gamma_m^2 = k'^2 ; \quad \mu_m^2 + v^2 + \gamma_m^2 = k^2.$$

Nous donnons également, pour mémoire, les expressions de la vitesse et de la densité électronique :

$$v_z = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{i e}{m_0 c} \frac{k^2 - \gamma_m^2}{k - \beta \gamma_m} E_{1m} \cos \mu'_m x \cos v y e^{-i \gamma_m z} e^{i \omega t} \quad (5-7)$$

$$n = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{i \epsilon_0 \gamma_m}{e} \frac{k_p^2}{(k - \beta \gamma_m)^2} (k^2 - \gamma_m^2) E_{1m} \cos \mu'_m x \cos v y e^{-i \gamma_m z} e^{i \omega t} \quad (5-8)$$

avec $\beta = \frac{v_0}{c}$.

D'autre part, les expressions des composantes du champ électromagnétique dans les corrugations ont déjà été données (1ère partie, chap. 1, § 6) puisque ces corrugations ne sont pas traversées par le faisceau.

§ 6 - Equation de dispersion et d'absorption

Le raccord des composantes des champs, à la surface limite ($x = \frac{a}{2}$) des deux domaines, s'effectue de la même façon que dans le cas du vide. Nous obtenons encore une infinité d'équations à une infinité d'inconnues, ce qui conduit à annuler le déterminant infini des coefficients pour exprimer l'existence d'une solution non triviale.

Le déterminant infini, occupant tout le plan, peut se décomposer en quatre mineurs dont les éléments sont donnés par l'une des quatre expressions $Z_{pq}^{(1)}$, $Z_{pq}^{(2)}$, $Z_{pq}^{(3)}$ et $Z_{pq}^{(4)}$; celles-ci peuvent s'écrire au moyen des variables réduites déjà utilisées dans le cas du vide, et des trois nouvelles variables suivantes :

$$Z = \frac{\alpha D}{2\pi}, \quad \alpha \text{ étant le coefficient d'amplification par unité de longueur ;}$$

$$\beta = \frac{v_0}{c}, \quad \text{rapport de la vitesse du faisceau à celle de la lumière}$$

$$P = \frac{D}{\lambda_p}, \quad \lambda_p \text{ étant la longueur d'onde de plasma définie par :}$$

$$\lambda_p = \frac{2\pi}{k_p} = \frac{2\pi c}{\omega_p}.$$

Les expressions de $Z_{pq}^{(1)}$, $Z_{pq}^{(3)}$ et $Z_{pq}^{(4)}$ sont identiques à celles données pour le vide (1ère partie, chap. II, § 1) à condition de remplacer partout $(X+m)$ par $(X+m+iZ)$. Quant aux éléments $Z_{pq}^{(2)}$, qui traduisent le raccord des composantes de type T.M., leur expression est légèrement modifiée

et s'écrit :

$$Z_{pq}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(X+m+iZ)^2}{Y^2 - (X+m+iZ)^2} F'_m \frac{\Xi}{\Gamma_{mpq}} - \delta_{pq} \xi \frac{\pi^2}{2\Delta} (Y^2 - B^2) G_p,$$

avec
$$F'_m = Y^2 \sqrt{Y'^2 - B^2 - (X+m+iZ)^2} \operatorname{tg} \pi A_1 \sqrt{Y'^2 - B^2 - (X+m+iZ)^2 + (X+m+iZ)^2} B^2 F_m$$

et
$$Y'^2 = Y^2 + P^2 \frac{(X+m+iZ)^2 - Y^2}{[Y - \beta(X+m+iZ)]^2},$$

Ξ , Γ_{mpq} et F_m étant données par les expressions relatives au vide, dans lesquelles on substitue $(X+m+iZ)$ à $(X+m)$.

Remarquons que si nous faisons $P = 0$ et $Z = 0$, nous retrouvons bien l'équation de dispersion de la structure vide.

§ 7 - Calculs numériques

Les calculs numériques ont été effectués au moyen d'un ordinateur SETI-PB 250.

Nous avons limité le déterminant à l'ordre 6, ses éléments étant calculés par une sommation sur l'indice m , celui-ci variant de -3 à $+3$. Nous avons alors constaté que le déterminant limité au seul élément $Z_{00}^{(2)}$ (celui-ci étant calculé en prenant pour bornes de sommation -1 et $+1$) donnait des solutions, pour Y et Z , très voisines de celles obtenues précédemment. Nous avons donc effectué tous nos calculs au moyen de cette approximation ; en dépit de cette grande simplification, l'obtention d'un couple (Y, Z) nécessitait environ vingt minutes.

Nous avons utilisé un procédé étendant à l'espace à trois dimensions, la méthode classique de Newton, de la manière suivante : pour trois couples de valeurs arbitraires Y_1, Z_1 , Y_2, Z_2 , Y_3, Z_3 , nous calculons les parties réelle et imaginaire R_1, I_1 , R_2, I_2 , R_3, I_3 du déterminant.

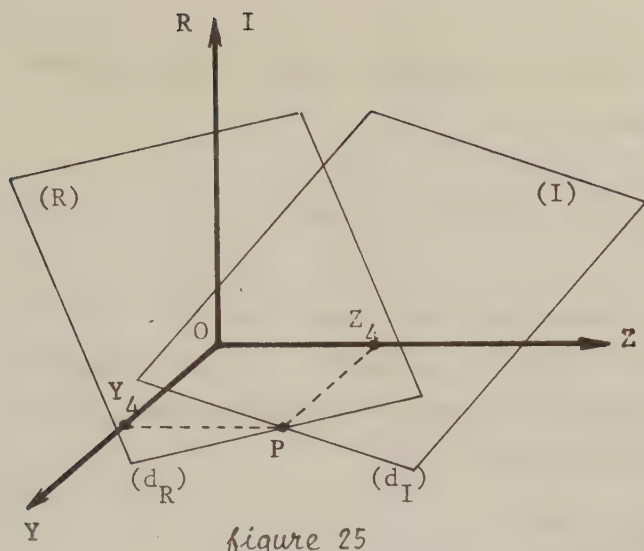


figure 25

Nous cherchons alors l'équation de la droite (d_R) , intersection du plan YOZ avec le plan (R) déterminé par les trois points de coordonnées (Y_1, Z_1, R_1) , (Y_2, Z_2, R_2) , (Y_3, Z_3, R_3) . Nous cherchons ensuite l'équation de la droite (d_I) , intersection du plan YOZ avec le plan (I) déterminé par les trois points de coordonnées (Y_1, Z_1, I_1) ,

(Y_2, Z_2, I_2) , (Y_3, Z_3, I_3) .

Enfin, nous cherchons les coordonnées Y_4 et Z_4 de l'intersection, dans le plan YOZ, des deux droites (d_R) et (d_I) .

Si les surfaces représentant, en fonction de Y et Z, les variations de la partie réelle et de la partie imaginaire du déterminant sont les plans (R) et (I), les coordonnées Y_4 et Z_4 sont les racines cherchées.

En fait, ces surfaces ne sont pas planes ; mais, par itération, il est possible de trouver un couple (Y_n, Z_n) qui se rapproche, avec une précision fixée à l'avance, de la racine véritable (Y,Z).

Nous avons pu, de cette manière, pour différentes valeurs du paramètre P représentant la densité du faisceau, et pour différentes valeurs du paramètre β représentant sa vitesse, tracer les variations de Y et Z, le paramètre X restant constamment égal à 0,5 ($\lambda_g = 2D$; mode π).

$$\text{Nous avons posé : } -y = \frac{Y - Y_0}{Y_0} = \frac{v_\phi - v_{\phi_0}}{v_{\phi_0}},$$

Y_0 et v_{ϕ_0} étant les valeurs de Y et de la vitesse de phase, dans la même structure, en l'absence d'électrons.

$$\text{Nous avons également posé : } \epsilon = \frac{\beta X - Y_0}{Y_0} = \frac{v_0 - v_{\phi_0}}{v_{\phi_0}},$$

et nous avons tracé les courbes représentant les variations de y et de Z en fonction de ϵ , pour différentes valeurs du paramètre P caractérisant le faisceau. Notons que la relation entre P , paramètre sans dimension, et la densité moyenne de courant j_0 est la suivante :

$$j_0 = \kappa P^2, \quad \text{avec } \kappa = \frac{4\pi^2}{D^2} \frac{m_0 \beta c}{\mu_0 e}.$$

Les calculs ont été effectués pour le guide G_2 dont la courbe de dispersion dans le vide a été donnée (1ère partie, chap. II, § 4).

Nous avons trouvé les deux types d'ondes décrits par Lapostolle ;

- les ondes O_1 , d'amplitude constante ($Z = 0$), dont les vitesses restent très voisines de celles du faisceau (fig. 26). Cependant, l'une des branches s'infléchit et tend à se placer parallèlement à l'axe $O\epsilon$; l'onde correspondante a une vitesse pratiquement constante voisine de celle de l'onde dans la structure vide.

- les ondes O_2 , au nombre de deux, l'une amplifiée avec le coefficient α , l'autre atténuée avec le même coefficient. Comme le montrent les courbes de la figure 27, ce coefficient $\alpha = \frac{2\pi Z}{D}$ est, toutes choses égales d'ailleurs, une fonction croissante de la densité du faisceau ; il passe par un maximum pour une vitesse de faisceau légèrement supérieure à celle de l'onde dans la structure vide. Les vitesses des ondes O_2 s'écartent très peu de la vitesse v_{ϕ_0} pour les valeurs positives de ϵ mais se rapprochent de celle du faisceau pour les valeurs négatives de ϵ .

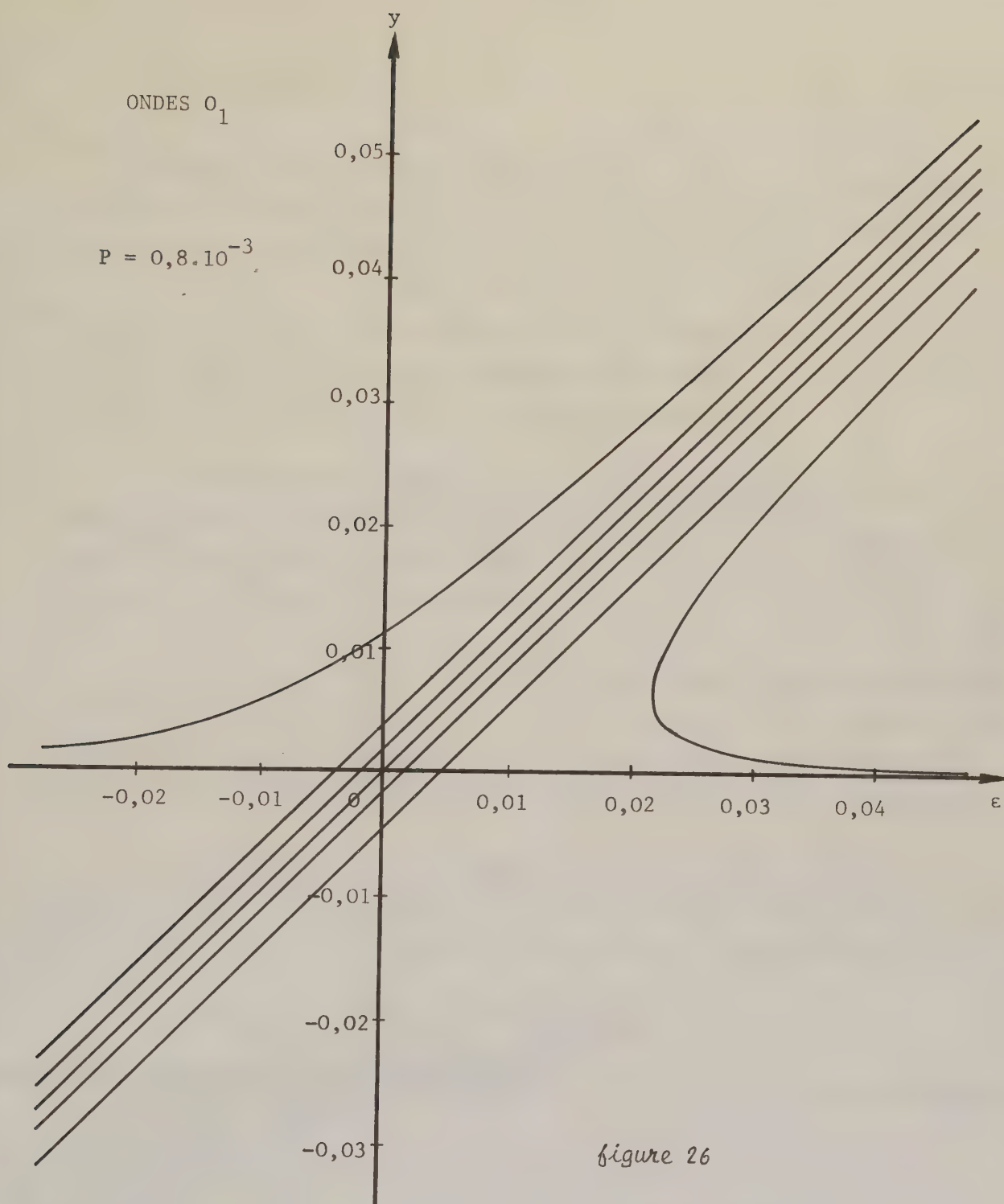


figure 26

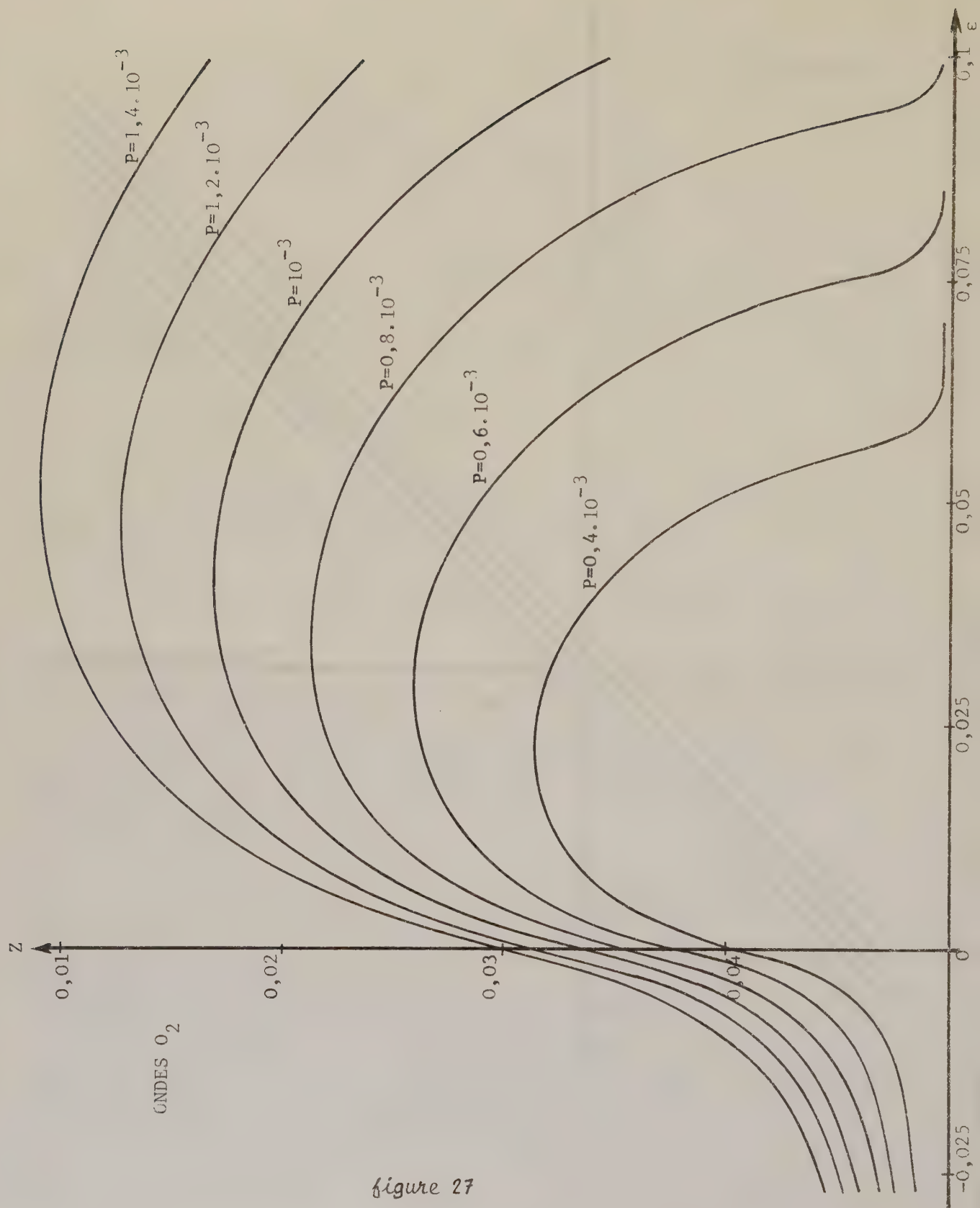


figure 27

§ 8 - Onde stationnaire

Nous portons maintenant notre attention sur l'onde stationnaire pouvant exister, en présence du faisceau, dans une cavité constituée par une longueur ℓ de guide limitée par deux plans métalliques.

Cette onde stationnaire peut être considérée comme étant constituée par l'ensemble des ondes progressives, amplifiée, atténuée ou d'amplitude constante, étudiées dans les paragraphes antérieurs.

En faisant abstraction des dissipations d'énergie par effet Joule dans les parois, et en restant dans l'hypothèse des petits signaux, nous désirons étudier les conditions nécessaires à une cession d'énergie du faisceau à l'onde, en vue d'obtenir un oscillateur.

En reprenant les calculs du § 2, nous sommes amenés à rechercher des solutions qui dépendent du temps par le facteur $e^{i\Omega t}$, Ω ayant une valeur complexe dont sa partie imaginaire nous donne le coefficient d'amplification (ou d'atténuation) en fonction du temps, de la grandeur considérée.

Les calculs du § 3, concernant l'onde de type T.M., peuvent être également repris et, en posant $K = \frac{\Omega}{c}$, il est possible d'exprimer toutes les grandeurs variables en fonction de la fonction U de Bromwich-Wagner :

$$U = U_0 \frac{\sin \mu x}{\cos \mu x} \frac{\sin \nu y}{\cos \nu y} e^{i(\Omega t - \gamma z)},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x = -i\gamma \frac{\partial U}{\partial x} \\ E_y = -i\gamma \frac{\partial U}{\partial y} \\ E_z = (K^2 - \gamma^2)U \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} ZH_x = iK \frac{\partial U}{\partial y} \\ ZH_y = -iK \frac{\partial U}{\partial x} \\ ZH_z = 0 \end{array} \right.$$

$$v_z = i \frac{\epsilon_0}{m_0 e c} \frac{k_p^2 (K^2 - \gamma^2)}{K - \frac{\gamma_0}{c}} U, \quad n = i \frac{\epsilon_0}{e} \gamma \frac{k_p^2 (K^2 - \gamma^2)}{(K - \frac{\gamma_0}{c})^2} U,$$

avec : $(K - \frac{\gamma_0}{c})^2 (\mu^2 + \nu^2 + \gamma^2 - K^2) + k_p^2 (K^2 - \gamma^2) = 0,$

les constantes de propagation μ , γ et K étant complexes.

L'équation de propagation écrite ci-dessus remplace l'équation $\mu^2 + \nu^2 + \gamma^2 = k^2$, obtenue dans le cas du vide ; cette équation algébrique étant du 4ème degré en γ , il existe quatre ondes de type T.M. qui concourent à l'établissement de l'onde stationnaire ; trois ondes ont une constante de propagation γ dont la partie réelle est positive et progressent dans le même sens que le faisceau ; la quatrième onde, dont la partie réelle de la constante γ est négative est une onde de retour.

En outre, il existe deux ondes progressives de sens contraire, de type T.E. dont les expressions sont analogues à celles données au § 5, chap. I, 1ère partie.

Pour éviter les calculs inextricables, nous nous bornons à considérer seulement l'onde fondamentale de la décomposition de chacune de ces ondes en série de Fourier ; les harmoniques d'espace, dont les vitesses de phase sont très différentes de la vitesse du faisceau ont une interaction faible avec celui-ci, bien qu'ils contribuent au raccord des composantes du champ électromagnétique au niveau des corrugations.

Finalement, en désignant par γ_j l'une quelconque des constantes de propagation des quatre ondes de type T.M. et des deux ondes de type T.E., les expressions générales des composantes du champ électromagnétique stationnaire dans le canal central sont les suivantes :

$$E_x = \sum_{j=1}^4 i\gamma_j \mu U_j \sin \mu x \cos \nu y e^{-i\gamma_j z} + \sum_{j=5}^6 -iK\nu U_j \sin \mu x \cos \nu y e^{-i\gamma_j z} \quad (8-1)$$

$$E_y = \sum_{j=1}^4 i\gamma_j \nu U_j \cos \mu x \sin \nu y e^{-i\gamma_j z} + \sum_{j=5}^6 iK\mu U_j \cos \mu x \sin \nu y e^{-i\gamma_j z} \quad (8-2)$$

$$E_z = \sum_{j=1}^4 (K^2 - \gamma_j^2) U_j \cos \mu x \cos \nu y e^{-i\gamma_j z} \quad (8-3)$$

$$ZH_x = \sum_{j=1}^4 -iK\nu U_j \cos \mu x \sin \nu y e^{-i\gamma_j z} + \sum_{j=5}^6 -i\gamma_j \mu U_j \cos \mu x \sin \nu y e^{-i\gamma_j z} \quad (8-4)$$

$$ZH_y = \sum_{j=1}^4 iK\mu U_j \sin \mu x \cos \nu y e^{-i\gamma_j z} + \sum_{j=5}^6 -i\gamma_j \nu U_j \sin \mu x \cos \nu y e^{-i\gamma_j z} \quad (8-5)$$

$$ZH_z = \sum_{j=5}^6 (K^2 - \gamma_j^2) U_j \sin \mu x \sin \nu y e^{-i\gamma_j z} \quad (8-6)$$

le facteur $e^{i\Omega t}$ étant sous-entendu et U_j désignant l'amplitude complexe de chacune des différentes ondes progressives.

Les ondes de type T.M. étant seules à interagir avec les électrons la densité et la vitesse du faisceau sont données par :

$$n = \frac{i\epsilon_0}{e} k_p^2 \sum_{j=1}^4 \frac{j(K^2 - \gamma_j^2)}{(K - \gamma_j \frac{v_0}{c})^2} U_j \cos \mu x \cos \nu y e^{i(\Omega t - \gamma_j z)} \quad (8-7)$$

$$v_z = \frac{i\epsilon_0}{m_0 e c} k_p^2 \sum_{j=1}^4 \frac{K^2 - \gamma_j^2}{K - \gamma_j \frac{v_0}{c}} U_j \cos \mu x \cos \nu y e^{i(\Omega t - \gamma_j z)} \quad (8-8)$$

Les équations de propagation sont les suivantes :

$$\text{pour } j = 1, 2, 3, 4 : (K - \gamma_j \frac{v_0}{c})^2 (\mu^2 + \nu^2 + \gamma_j^2 - K^2) + k_p^2 (K^2 - \gamma_j^2) = 0 \quad (8-9)$$

$$\text{pour } j = 4 \text{ et } 5 : \mu^2 + \nu^2 + \gamma_j^2 = K^2 \quad (8-10)$$

Dans les corrugations, qui ne sont pas traversées par le faisceau, les composantes des champs peuvent être données par les mêmes expressions que celles écrites dans le cas du vide. Cependant, pour que le raccord soit assuré pour toute valeur de t , nous supposons que les amplitudes varient avec le temps de la même manière que dans le faisceau.

D'autre part, en ne considérant, comme ci-dessus, que l'onde fondamentale, les ondes de type T.E. disparaissent.

Les composantes du champ dans les corrugations s'écrivent alors :

$$E_x = E_y = ZH_y = 0 \quad (8-11)$$

$$E_z = K^2 U' \sin \mu' \left(\frac{A}{2} - x \right) \cos v y e^{i\Omega t} \quad (8-12)$$

$$ZH_x = -iKvU' \sin \mu' \left(\frac{A}{2} - x \right) \sin v y e^{i\Omega t} \quad (8-13)$$

$$ZH_y = iK\mu' U' \cos \mu' \left(\frac{A}{2} - x \right) \cos v y e^{i\Omega t} \quad (8-14)$$

avec $\mu'^2 + v^2 = K^2, \quad (8-15)$

et U' désignant l'amplitude complexe de cette onde stationnaire.

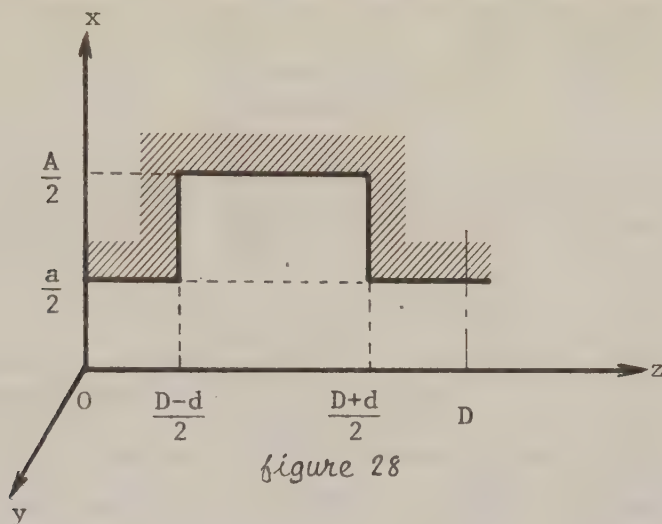
§ 9 - Expressions des conditions aux limites

Il faut maintenant, d'une part, procéder au raccordement des composantes du champ électromagnétique aux limites du canal central, et d'autre part, écrire les conditions aux limites aux deux extrémités de la cavité, ces conditions concernant les champs ainsi que, seulement à l'entrée du tube, les vitesse et densité du faisceau.

Cependant, nous sommes ici placés devant une difficulté nouvelle ; en effet, l'onde stationnaire considérée est constituée, comme il a été dit, par la superposition de quatre ondes progressives, chacune voyant son amplitude varier différemment en fonction de z . L'amplitude de l'onde stationnaire

résultante n'est donc plus une fonction périodique de pas D comme dans le cas de l'onde progressive se propageant dans la structure vide (même à un facteur $e^{\alpha z}$ près comme dans le cas de l'onde progressive se propageant dans le faisceau).

Le raccordement ne peut donc plus s'opérer, comme dans les cas précédents, par le calcul des coefficients d'une série de Fourier ; il peut se faire de façon approximative, au moyen d'une méthode voisine de celle utilisée par Walkinshaw pour obtenir une équation approchée de dispersion dans le cas des guides cylindriques chargés par des iris.



La méthode consiste à écrire l'égalité des moyennes de chaque composante du champ sur l'intervalle $(0, D)$ ou $(\frac{D-d}{2}, \frac{D+d}{2})$, suivant que la composante considérée est définie ou non sur les surfaces métalliques placées à l'abscisse $x = \frac{a}{2}$. Mais il est évident que, dans le cas présent, le raccordement ainsi effectué n'est valable que sur une distance maximale n'excédant pas (ou de très peu) la longueur D d'un pas, à partir de l'entrée du tube.

Cette restriction fait que les résultats de nos calculs ne sont valables que si la longueur ℓ de la cavité ne dépasse pas (ou de très peu) le pas D de la structure ; ils permettront néanmoins d'étudier les propriétés du coefficient d'amplification pour un pas ou une fraction de pas.

L'exécution du raccordement par la méthode que nous venons d'indiquer est élémentaire ; nous trouvons :

$$(E_x) \quad \sum_{j=1}^4 \mu \gamma_j U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{d}{2}}{\gamma_j \frac{d}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} - \sum_{j=5}^6 K \nu U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{d}{2}}{\gamma_j \frac{d}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} = 0 \quad (9-1)$$

$$(E_y) \quad \sum_{j=1}^4 \nu \gamma_j U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{D}{2}}{\gamma_j \frac{D}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} + \sum_{j=5}^6 K \mu U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{D}{2}}{\gamma_j \frac{D}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} = 0 \quad (9-2)$$

$$(E_z) \quad \sum_{j=1}^4 (K^2 - \gamma_j^2) U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{D}{2}}{\gamma_j \frac{D}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} = K^2 U' \frac{\sin \mu' \frac{A-a}{2}}{\cos \mu' \frac{a}{2}} \quad (9-3)$$

$$(ZH_x) \quad \sum_{j=1}^4 K \nu U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{D}{2}}{\gamma_j \frac{D}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} + \sum_{j=5}^6 \mu \gamma_j U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{D}{2}}{\gamma_j \frac{D}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} = K \nu U' \frac{\sin \mu' \frac{A-a}{2}}{\cos \mu' \frac{a}{2}} \quad (9-4)$$

$$(ZH_y) \quad \sum_{j=1}^4 K \mu U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{d}{2}}{\gamma_j \frac{d}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} - \sum_{j=5}^6 \nu \gamma_j U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{d}{2}}{\gamma_j \frac{d}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} = K \mu U' \frac{\cos \mu' \frac{A-a}{2}}{\sin \mu' \frac{a}{2}} \quad (9-5)$$

$$(ZH_z) \quad \sum_{j=5}^6 (K^2 - \gamma_j^2) U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{d}{2}}{\gamma_j \frac{d}{2}} e^{-i \gamma_j \frac{D}{2}} = 0 \quad (9-6)$$

Les conditions aux limites, sur le court-circuit placé à la cote $z = 0$, et concernant les composantes du champ ainsi que la vitesse et la densité des électrons, conduisent aux équations suivantes :

$$(E_x) \quad \sum_{j=1}^4 \mu \gamma_j U_j - \sum_{j=5}^6 K \nu U_j = 0 \quad (9-7)$$

$$(E_y) \quad \sum_{j=1}^4 \nu \gamma_j U_j + \sum_{j=5}^6 K \mu U_j = 0 \quad (9-8)$$

$$(ZH_z) \quad \sum_{j=5}^6 (K^2 - \gamma_j^2) U_j = 0 \quad (9-9)$$

$$(n) \quad \sum_{j=1}^4 \frac{\gamma_j (K^2 - \gamma_j^2)}{(K - \gamma_j \frac{v_0}{c})^2} U_j = \sum_{j=1}^4 (\mu^2 + v^2 + \gamma_j^2 - K^2) \gamma_j U_j = 0 \quad (9-10)$$

$$(v_z) \quad \sum_{j=1}^4 \frac{K^2 - \gamma_j^2}{K - \gamma_j \frac{v_0}{c}} U_j = \sum_{j=1}^4 (\mu^2 + v^2 + \gamma_j^2 - K^2) (K - \gamma_j \frac{v_0}{c}) U_j = 0 \quad (9-11)$$

Les conditions aux limites, sur le court-circuit placé à la cote $z = l$ n'intéressent plus les vitesse et densité de faisceau ; pour les composantes du champ électromagnétique, elles s'écrivent :

$$(E_x) \quad \sum_{j=1}^4 \mu \gamma_j U_j e^{-i\gamma_j l} - \sum_{j=5}^6 K v U_j e^{-i\gamma_j l} = 0 \quad (9-12)$$

$$(E_y) \quad \sum_{j=1}^4 v \gamma_j U_j e^{-i\gamma_j l} + \sum_{j=5}^6 K \mu U_j e^{-i\gamma_j l} = 0 \quad (9-13)$$

$$(ZH_z) \quad \sum_{j=5}^6 (K^2 - \gamma_j^2) U_j e^{-i\gamma_j l} = 0 \quad (9-14)$$

En fait, les quatorze équations écrites ci-dessus ne sont pas indépendantes et leur nombre peut être réduit de la manière suivante.

En tenant compte du fait que pour $j = 5$ et $j = 6$, l'équation de propagation s'écrit : $\gamma_j^2 = K^2 - \mu^2 - v^2$, soit $\gamma_6 = -\gamma_5 = \sqrt{K^2 - \mu^2 - v^2}$;

les équations (9-6) et (9-9) imposent : $U_5 \equiv U_6 \equiv 0$, ce qui élimine les composantes de champ de type T.E. Les équations (9-6), (9-9) et (9-14) disparaissent.

Les équations numérotées de (1) à (6), et exprimant le raccordement des composantes du champ sur la surface $x = \frac{a}{2}$, peuvent alors se réduire facilement aux équations (9-4) et (9-5). Enfin, les équations (9-7) et (9-8) deviennent identiques, ainsi que les équations (9-12) et (9-13).

Le système d'équations s'écrit alors :

$$(9-7) \text{ et } (9-8): \quad \sum_{j=1}^4 \gamma_j U_j = 0 \quad (9-1')$$

$$(9-11)+(9-10): \quad \sum_{j=1}^4 \gamma_j^2 U_j = (K^2 - \mu^2 - \nu^2) \sum_{j=1}^4 U_j \quad (9-2')$$

$$(9-10)+(9-1'): \quad \sum_{j=1}^4 \gamma_j^3 U_j = 0 \quad (9-3')$$

$$(9-12) \text{ et } (9-13): \quad \sum_{j=1}^4 \gamma_j U_j e^{-i\gamma_j \ell} = 0 \quad (9-4')$$

$$(9-4): \quad \cos \mu a \sum_{j=1}^4 U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{D}{2}}{\gamma_j \frac{D}{2}} e^{-i\gamma_j \frac{D}{2}} = U' \sin \mu' \frac{A-a}{2} \quad (9-5')$$

$$(9-5): \quad \mu \sin \mu a \sum_{j=1}^4 U_j \frac{\sin \gamma_j \frac{d}{2}}{\gamma_j \frac{d}{2}} e^{-i\gamma_j \frac{D}{2}} = \mu' U' \cos \mu' \frac{A-a}{2} \quad (9-6')$$

avec, en outre, les équations de propagation :

$$\mu'^2 + \nu^2 = K^2 \quad (9-7')$$

$$(K - \gamma_j \frac{v_0}{c})^2 (\mu^2 + \nu^2 + \gamma_j^2 - K^2) + k_p^2 (K^2 - \gamma_j^2) = 0 \quad (9-8')$$

§ 10 - Réduction du système d'équations

Ce système de 8 équations permet, en principe, de résoudre le problème de la manière suivante : l'équation (9-8') permet de trouver les quatre valeurs γ_j de γ , en supposant μ et K connus, les données étant $a, A, d, D, \nu = \frac{\pi}{b}, \frac{v_0}{c}$ et k_p^2 . Les sept autres équations donnent alors des relations entre les sept inconnues : μ, μ', K et les quatre rapports $\frac{U_j}{U'}$.

Nous avons tenté de résoudre ce système numériquement, avec un

ordinateur IBM-7044 ; mais, après maints essais infructueux, nous avons dû entreprendre un calcul littéral approché en essayant de réduire le système ; la seule inconnue physiquement très intéressante est la constante de propagation K dont la partie imaginaire permet d'obtenir le coefficient d'amplification de l'onde stationnaire au cours du temps.

Nous donnons le procédé utilisé pour obtenir cette grandeur.

Posons :

$$\Gamma^2 = K^2 - \mu^2 - \nu^2 \quad (10-1)$$

et

$$S = \sum_{j=1}^4 U_j \quad (10-2)$$

Ayant montré que la valeur $S = 0$, rend les équations du système incompatibles, définissons α_n par :

$$\sum_{j=1}^4 \gamma_j^n U_j = \alpha_n S \quad (10-3)$$

Les équations (10-2), (9-1'), (9-2'), (9-3') nous donnent alors respectivement :

$$\alpha_0 = 1 ; \quad \alpha_1 = 0 ; \quad \alpha_2 = \Gamma^2 ; \quad \alpha_3 = 0.$$

En donnant à j les valeurs successives 1, 2, 3, 4 dans l'équation (9-8') et en ajoutant les quatre équations obtenues après multiplication par $\gamma_j^{n-4} U_j$, nous obtenons l'équation :

$$a\alpha_n + b\alpha_{n-1} + c\alpha_{n-2} + d\alpha_{n-3} + e\alpha_{n-4} = 0 \quad (10-4)$$

avec
$$a = \frac{v_o^2}{2}, \quad b = -2 \frac{v_o}{c} K, \quad c = -\frac{v_o^2}{2} \Gamma^2 + K^2 - k_p^2, \quad d = 2 \frac{v_o}{c} K \Gamma^2, \quad e = K^2 (k_p^2 - \Gamma^2)$$

La relation de récurrence (10-4) permet donc de calculer tous les coefficients α_n puisque nous connaissons les quatre premiers. Ce calcul a été fait en considérant que $k_p^2 \ll k^2$ et $v_o^2 \ll c^2$ (un calcul numérique donne

$\frac{k_p^2}{k^2} \simeq 10^{-3}$ pour des intensités de courant et des vitesses de faisceau habituelles); nous avons donc négligé devant 1 les termes, en $(\frac{k_p^2}{k^2})$ et en $(\frac{v^2}{c^2})$ de degré supérieur ou égal à 2.

Les premières valeurs ainsi calculées sont les suivantes :

$$\alpha_0 = 1$$

$$\alpha_2 = \Gamma^2$$

$$\alpha_4 = \Gamma^4 + \frac{c^2}{v_0^2} k_p^2 (\Gamma^2 - K^2)$$

$$\alpha_6 = \Gamma^6 + \frac{c^2}{v_0^2} k_p^2 (\Gamma^2 - K^2) (2\Gamma^2 + 3 \frac{c^2}{v_0^2} K^2)$$

$$\alpha_8 = \Gamma^8 + \frac{c^2}{v_0^2} k_p^2 (\Gamma^2 - K^2) (3\Gamma^4 + 6 \frac{c^2}{v_0^2} K^2 \Gamma^2 + 5 \frac{c^4}{v_0^4} K^4)$$

$$\alpha_{10} = \Gamma^{10} + \frac{c^2}{v_0^2} k_p^2 (\Gamma^2 - K^2) (4\Gamma^6 + 9 \frac{c^2}{v_0^2} K^2 \Gamma^4 + 10 \frac{c^4}{v_0^4} K^4 \Gamma^2 + 7 \frac{c^6}{v_0^6} K^6)$$

...

et

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_3 = 0$$

$$\alpha_5 = 2 \frac{c^3}{v_0^3} k_p^2 K (\Gamma^2 - K^2)$$

$$\alpha_7 = 2 \frac{c^3}{v_0^3} k_p^2 K (\Gamma^2 - K^2) (2\Gamma^2 + 2 \frac{c^2}{v_0^2} K^2)$$

$$\alpha_9 = 2 \frac{c^3}{v_0^3} k_p^2 K (\Gamma^2 - K^2) (3\Gamma^4 + 4 \frac{c^2}{v_0^2} K^2 \Gamma^2 + 3 \frac{c^4}{v_0^4} K^4)$$

...

Il est alors facile de déduire de ces premiers résultats les valeurs successives prises par les coefficients α_n , les procédés de construction de leurs expressions apparaissant de façon évidente, aussi bien pour ceux d'indice pair que pour ceux d'indice impair.

En développant en séries entières les fonctions $\sin \gamma_j \frac{D}{2}$, $\sin \gamma_j \frac{d}{2}$ et $e^{-i\gamma_j \frac{D}{2}}$, puis en éliminant, entre les équations (9-5') et (9-6'), le rapport $\frac{S}{U}$, nous obtenons l'équation :

$$\frac{\mu}{d} \operatorname{tg} \mu \frac{a}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{(n+1)!} \left[\left(\frac{D+d}{2}\right)^{n+1} - \left(\frac{D-d}{2}\right)^{n+1} \right] \alpha_n = \frac{\mu'}{D} \cotg \mu' \frac{A-a}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{(n+1)!} D^{n+1} \alpha_n \quad (I)$$

En appliquant le même procédé à l'équation (9-4'), celle-ci s'écrit :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \ell^n \alpha_{n+1} = 0 \quad (II)$$

Le système d'équations se réduit donc à (I) et (II) avec, en outre,

$$\mu'^2 + \nu^2 = K^2 \quad \text{et} \quad \mu^2 + \nu^2 + \Gamma^2 = K^2,$$

les grandeurs U_j et γ_j ne figurant plus parmi les inconnues qui sont maintenant μ , μ' , K et Γ .

Les séries intervenant dans les équations (I) et (II) peuvent se calculer en fonction de polynômes et de fonctions trigonométriques, compte-tenu des valeurs des coefficients α_n obtenues précédemment. Ce calcul est long et fastidieux ; il faut d'abord regrouper les termes de même numéro d'ordre dans l'expression de chaque α_n , puis ajouter les sommes partielles ainsi obtenues.

Nous avons trouvé facilement, en supposant la vitesse de phase des ondes progressives voisine de celle du faisceau ($Kc \approx \Gamma v_0$) :

$$\mu \operatorname{tg} \mu \frac{a}{2} \left[\frac{2}{\Gamma d} \sin \Gamma \frac{d}{2} \cos \Gamma \frac{D}{2} + \frac{k^2}{d} \Sigma(d, D) \right] = \mu' \operatorname{cotg} \mu' \frac{A-a}{2} \left[\frac{1}{\Gamma D} \sin \Gamma D + \frac{k^2}{D} \Sigma(D) \right] \quad (\text{I}')$$

$$\frac{\sin \Gamma \ell}{\Gamma \ell} + i \frac{c^2}{v_o^2} \frac{k^2 (\Gamma^2 - K^2)}{8 \Gamma^4} \left[1 - (\Gamma \ell - i \frac{\Gamma^2 \ell^2}{3}) e^{-i \Gamma \ell} \right] = 0, \quad (\text{II}')$$

$$\begin{aligned} \text{avec : } \Sigma(D) = & \frac{c^2}{v_o^2} \frac{\Gamma^2 - K^2}{8 \Gamma^5} \left[\Gamma D (2 - \frac{1}{3} \Gamma^2 D^2) \cos \Gamma D + (\Gamma^2 D^2 - 2) \sin \Gamma D \right. \\ & \left. + i \{ \Gamma D (\Gamma D \cos \Gamma D - (1 - \frac{1}{3} \Gamma^2 D^2) \sin \Gamma D) \} \right] \end{aligned} \quad (10-4)$$

$$\text{et } \Sigma(d, D) = \Sigma(\frac{D+d}{2}) - \Sigma(\frac{D-d}{2}).$$

En faisant $k_p^2 = 0$ (suppression du faisceau dans la cavité de longueur ℓ), nous obtenons :

$$(\text{I}') : \quad \frac{\mu}{d} \operatorname{tg} \mu \frac{a}{2} \sin \gamma \frac{d}{2} = \frac{\mu'}{D} \operatorname{cotg} \mu' \frac{A-a}{2} \sin \gamma \frac{D}{2}$$

$$(\text{II}') : \quad \sin \gamma \ell = 0 \Rightarrow \gamma \ell = p\pi, \text{ avec } \gamma = \frac{2\pi}{\lambda_g} \Rightarrow \ell = p \frac{\lambda_g}{2},$$

là constante Γ , de par sa définition, s'identifiant bien à la constante γ de propagation dans le vide. Ce cas particulier nous permet de nous rendre compte que l'équation (I') est l'équation de dispersion-amplification en présence du faisceau, et que l'équation (II') traduit la quantification des longueurs de résonance de la cavité.

§ 11 - Amplification ou atténuation de l'onde stationnaire

Le système d'équations (I') et (II') est résolu de façon approchée par la méthode suivante : nous posons $\Gamma = \gamma + \xi$ et $K = k - \chi$, γ et k étant les constantes de propagation de l'onde dans la cavité de longueur ℓ en l'absence de faisceau, ξ et $-\chi$ les corrections, considérées comme infiniment

petites du premier ordre, relatives à ces constantes et dues à la présence du faisceau.

Les termes correctifs, affectant les grandeurs μ_0 et μ'_0 , sont alors facilement obtenus, en première approximation :

$$\mu'^2 + \nu^2 = K^2 \Rightarrow \mu' \approx \mu'_0 - \frac{k}{\mu'_0} \chi$$

$$\mu^2 + \nu^2 + \Gamma^2 = K^2 \quad (\text{avec } \mu'^2 \approx -\gamma^2, \text{ soit } \mu \approx i\gamma) \Rightarrow \mu \approx i(\gamma + \xi + \frac{k}{\gamma} \chi).$$

En remplaçant μ et μ' par leurs valeurs dans l'équation (I'), en négligeant les termes d'ordre supérieur ou égal à deux concernant les constantes ξ et χ , et en faisant, pour simplifier, $d = \frac{D}{2}$, nous avons trouvé, tous calculs faits :

$$E_{k\chi} = F + G \quad (11-1)$$

$$\text{avec :} \quad E = \frac{1}{\mu'^2} \left[\frac{\mu'_0 (A-a)}{\sin \mu'_0 (A-a)} - 1 \right] - \frac{1}{\gamma^2} \left[1 + \frac{\gamma a}{\text{sh} \gamma a} \right] \quad (11-2)$$

$$F = \frac{\frac{k^2 \Gamma}{P}}{2 \sin \frac{\Gamma D}{4} \cos \frac{\Gamma D}{2}} \left[\Sigma\left(\frac{D}{2}, D\right) - \frac{\Sigma(D)}{2 \cos \frac{\Gamma D}{4}} \right] \quad (11-3)$$

$$G = \left(1 + \frac{\gamma a}{\text{sh} \gamma a} + \frac{\gamma D}{4} \text{tg} \frac{\gamma D}{4}\right) \frac{\xi}{\gamma}. \quad (11-4)$$

Compte-tenu de ce que $\mu_0'^2 \ll \gamma^2$, le coefficient réel E est positif. La grandeur χ est complexe ; sa partie réelle nous donnerait la variation, due au faisceau, de la fréquence de résonance de la cavité ; sa partie imaginaire nous donne accès au coefficient temporel d'amplification (si elle est positive), ou d'atténuation (si elle est négative). En supposant l'amplitude des champs fonction du temps par le facteur $e^{\alpha t}$, le coefficient α est donné par la relation :

$$\alpha = \text{Im} (\chi c).$$

Remarquons d'abord que ce coefficient d'amplification α est d'autant plus grand que le facteur E est plus petit. Pour réduire celui-ci, nous pourrions diminuer la valeur de $A-a$, mais nous avons vu (cf. 1ère partie, chap. 2, § 3) que la profondeur des corrugations devait être nécessairement importante pour ralentir les ondes dans la structure. Nous pourrions également agir sur la valeur a de l'épaisseur du faisceau, en augmentant le plus possible le rapport $\frac{\gamma a}{sh\gamma a}$, tout en gardant constante la densité du courant du faisceau, densité directement liée à ω_p^2 . La courbe représentant les variations de $\frac{x}{shx}$ en fonction de x est donnée par la figure 29.

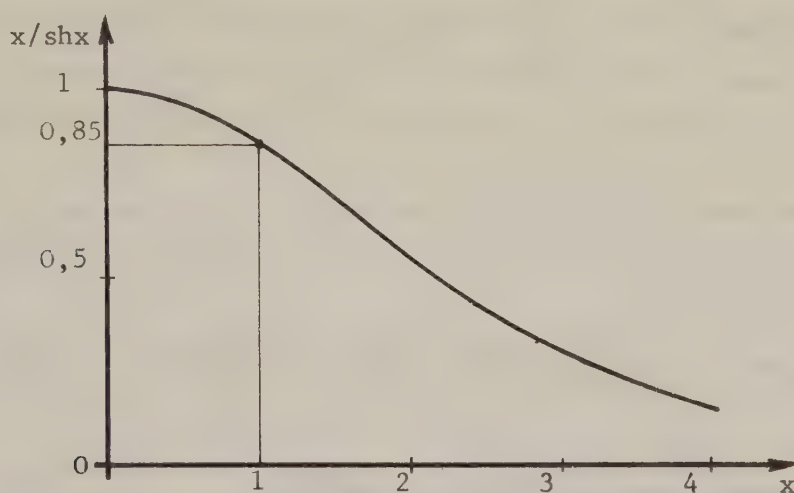


figure 29

Nous ne pouvons pas prendre a trop petit sans nous heurter à des difficultés expérimentales dues au passage des électrons dans un canal trop étroit ; il semble que l'on pourrait raisonnablement prendre 1 comme valeur de γa (ce qui donnerait au rapport $\frac{\gamma a}{sh\gamma a}$ la valeur 0,85) et, au voisinage du mode π (où $\gamma = \frac{\pi}{D}$), la valeur $a = \frac{D}{\pi}$.

Étudions maintenant le comportement du terme F , proportionnel à k_p^2 et considéré, par conséquent, comme infiniment petit du premier ordre ; nous pouvons remplacer Γ par γ sans tenir compte du terme correctif ξ , qui ne pourrait faire apparaître qu'un terme du second ordre.

Nous avons tracé (fig. 30) la courbe qui représente, en fonction

de γD , les variations de la partie imaginaire F_i de F ; sur ce graphe les unités sont arbitraires et nous avons négligé k^2 devant γ^2 .

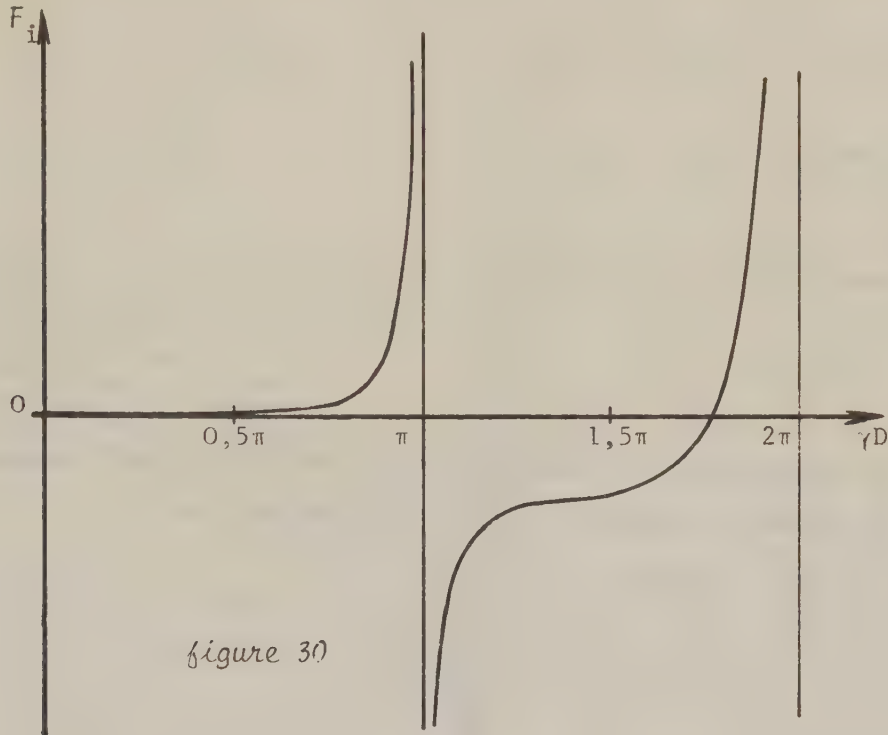


figure 30

Nous constatons que F_i prend des valeurs infinies pour $\gamma D = \pi$, $\gamma D = 2\pi$, et, d'une manière évidente si l'on se réfère à la formule, pour $\gamma D = p\pi$. Cette propriété semble d'ailleurs être en accord avec la formule donnée par Pierce (Traveling-wave tubes- p. 84) et relative au gain par pas, d'un amplificateur à ondes progressives :

$$C = \left(\frac{E^2}{\beta^2 W_{vg}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{I_0}{8V_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (11-5)$$

Le coefficient C devient donc infini lorsque v_g tend vers zéro, c'est-à-dire lorsque la courbe de dispersion $k = k(\gamma)$ passe par un extremum.

Cependant, les valeurs infinies que nous avons obtenues, ne sont dues qu'à l'approximation excessive faite plus haut ; en effet, si nous conservons le terme correctif ξ dans l'expression de Γ , les branches asymptotiques disparaissent.

Faisons l'étude au voisinage du mode π ; l'équation (II') nous

donne :

$$\xi = \frac{1}{8} \frac{\omega^2}{\omega^2} \gamma \left[\frac{\pi^2}{3} + i(1+\pi) \right] \quad (11-6)$$

avec $\gamma = \frac{\pi}{\ell}$ et $\gamma D = \pi \frac{D}{\ell}$.

Le produit γD conservant des valeurs voisines de π , posons :

$$\ell = D(1+\delta), \text{ avec } \delta \ll 1.$$

En remplaçant dans l'expression (11-3) de F , nous obtenons la valeur F_i de sa partie imaginaire, au voisinage du mode π :

$$F_i = \frac{\omega^2}{\omega^2} \frac{0,252\delta - 0,122 \frac{\omega^2}{\omega^2} \frac{p}{2}}{(\delta - 0,411 \frac{\omega^2}{\omega^2} \frac{p}{2}) + 0,263 \frac{\omega^2}{\omega^2} \frac{p}{2}} \quad (11-7)$$

La figure 31 donne l'allure des courbes représentatives de cette fonction de δ , pour différentes valeurs de $\frac{\omega^2 p}{\omega^2}$.

Nous constatons que les branches asymptotiques ont disparu, que les courbes passent par un maximum positif pour une valeur positive de δ , et par un minimum négatif pour $\delta = 0$. Or, le paramètre δ représente l'écart relatif de la vitesse du faisceau par rapport à la vitesse de l'onde progressive relative au mode π . Nous constatons donc que l'oscillation pourra être obtenue pour des valeurs de la tension d'accélération légèrement supérieures à celle du synchronisme pour le mode π .

Les calculs numériques montrent que le second terme G_i , intervenant dans l'expression de χ , est négligeable vis-à-vis de F_i , compte-tenu de la valeur de ξ donnée par l'expression (11-6).

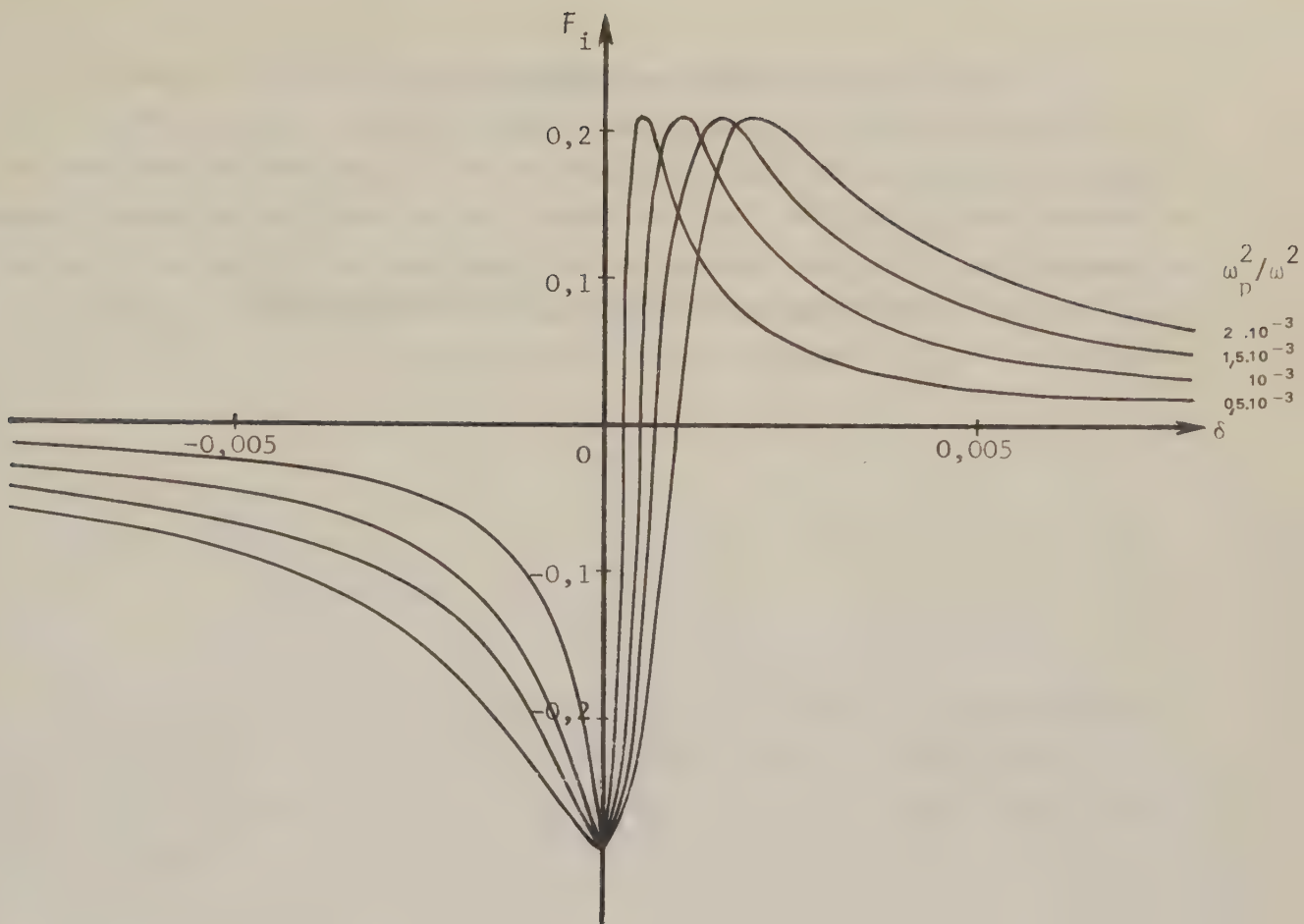


figure 31

En définitive, il est certain que les courbes de la figure 31 ne nous permettent pas de connaître le niveau de puissance pouvant être obtenu en régime permanent, ce niveau étant limité à une valeur finie par l'intervention de phénomènes non linéaires qui sortent des limites de validité de la théorie des petits signaux. Cependant, ces courbes nous permettent de conclure qu'une oscillation peut prendre naissance au voisinage d'un mode de type π et plus généralement, d'un mode de type $p\pi$, si les atténuations dues aux pertes dans les parois ne sont pas excessives. D'une manière plus précise, l'oscillation ne pourra se produire que si le coefficient d'atténuation $\bar{\alpha}$, (fonction du facteur de qualité Q de la cavité), est plus petit que le coefficient d'amplification α .

Toutes ces considérations théoriques ont été faites, comme il a été dit, pour le mode SA_{11} des guides à fentes fermées, afin de limiter la complication du problème. Mais l'on peut penser, d'une manière générale, et en accord avec la formule (11-5) de Pierce, qu'une oscillation pourra prendre naissance, dans une cavité formée par une structure périodique, au voisinage de points de fonctionnement définis par les extremums de la courbe de dispersion $k = k(\gamma)$ associée à ce type de structure.

—:—

Chapitre II

Dispositif expérimental

La réalisation du montage nécessaire à l'étude expérimentale des structures nous a posé de nombreux problèmes, essentiellement dans les domaines de l'optique électronique, du vide et de la réalisation des structures en cuivre.

§ 1 - Optique électronique

Nos premières études ont eu pour but de rechercher les formes et les positions convenables des diverses pièces constitutives du canon à électrons. Par souci de simplicité, nous avons d'abord pensé réaliser ce canon au moyen d'une cathode à surface émissive plane associée à une électrode ayant un double rôle : d'une part, limiter les dimensions transversales du faisceau électronique et d'autre part, focaliser légèrement le dit faisceau afin de compenser l'effet de la charge d'espace. Pour faire l'économie d'une alimentation, nous avons d'abord projeté de porter cette électrode au même potentiel que celui de la cathode.

Une étude analogique de ce système a été faite à la cuve électrolytique sur une maquette à l'échelle 50. Plusieurs tracés d'équipotentiels

ont été réalisés, avec des positions et des formes différentes, en cherchant à améliorer l'optique du système. Les trajectoires électroniques ont ensuite été tracées par segments de droite successifs, d'une courbe équipotentielle à la suivante en utilisant la construction géométrique donnée par Blanc-Lapierre, Goudet et Lapostolle (Electronique générale, p. 300 et sq.). La figure 32 indique la disposition finalement adoptée.

Nous avons ensuite acquis une cathode faite de tungstène imprégné d'aluminate de baryum et pouvant supporter plusieurs démontages avec contact à l'air, sans reformation nécessaire. Puis, nous avons réalisé un support sous la forme d'une mâchoire élastique en acier, pinçant la cathode latéralement ; afin de diminuer les déperditions de chaleur au niveau de la cathode, nous avons réduit le plus possible les surfaces de contact avec son support et évidé les parties massives de ce dernier. Le diaphragme a été découpé dans une plaque de molybdène ; il est maintenu par un support annulaire isolant réalisé en stumatite. Ce matériau naturel possède des caractéristiques d'usinage voisines de celles du bronze et présente, après traitement thermique à 1380°C, une grande dureté mécanique, des propriétés d'isolement électrique et un faible taux de dégazage sous vide. Le contact électrique a été assuré au moyen de deux lames élastiques en acier qui servent également à appliquer la plaque en molybdène contre un support isolant.

Ce premier canon, artisanalement réalisé par nos soins, nous a apporté quelques déconvenues. C'est ainsi que la température normale de fonctionnement (comprise entre 1050° et 1100° C), qui aurait dû être atteinte avec une tension de chauffage du filament voisine de 6,3 volts n'a pu l'être qu'avec une tension de l'ordre de 10 volts. D'autre part, le canon ne comportant pas de grille de commande et sa pervéance étant élevée, nous avons été amenés à régler le courant électronique exclusivement en agissant sur la température de la cathode, par variation de la tension de chauffage.

De plus, la stumatite n'a pas tenu ses promesses : nous avons eu à déplorer de nombreux claquages ainsi que le bris des parties fragiles, dû aux contraintes de dilatations ; enfin, nous avons observé un changement

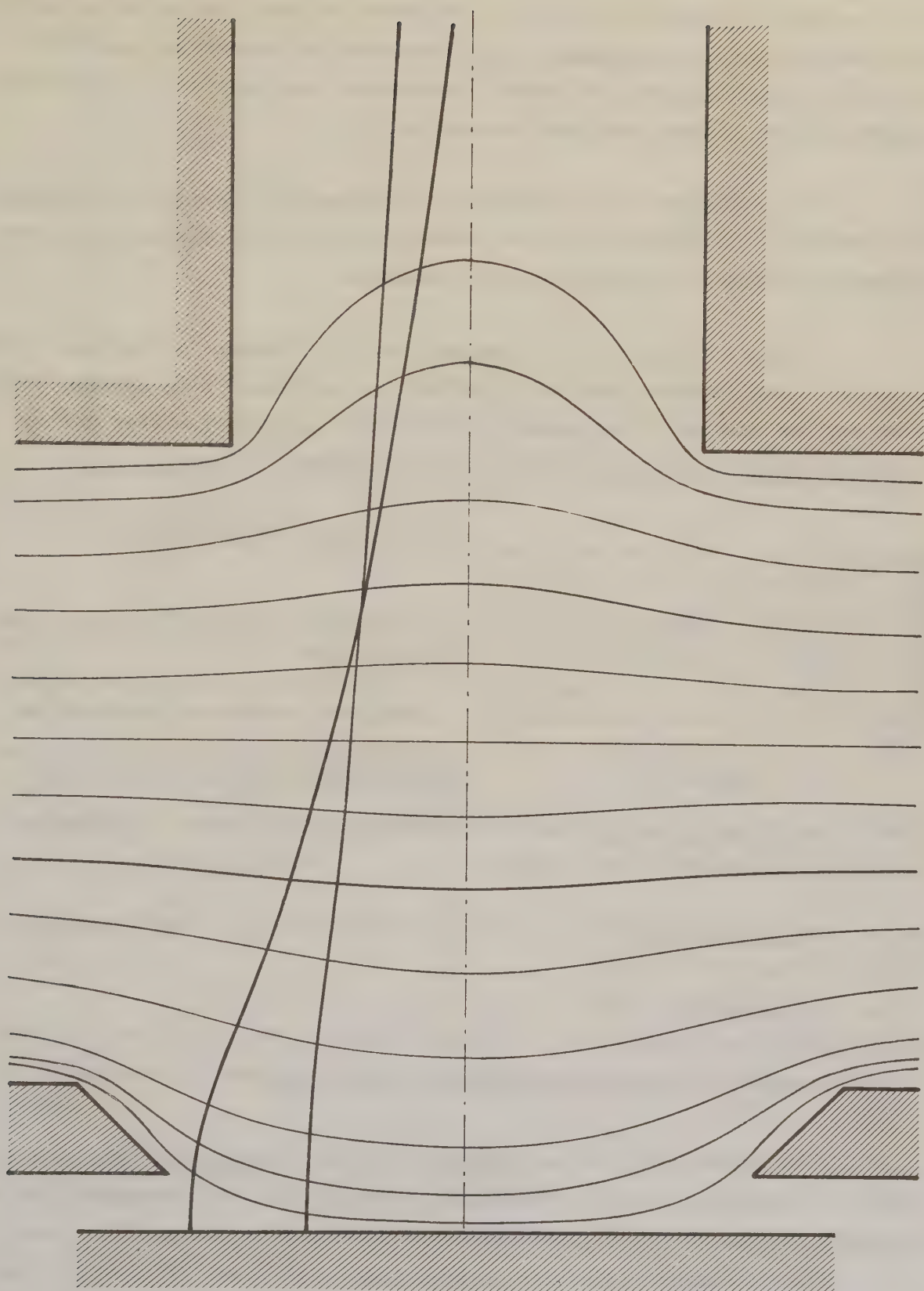


figure 32

de la couleur du matériau, mettant en évidence une modification de sa nature chimique. De plus, la transparence aux électrons des structures que nous avons alors expérimentées est restée à un niveau très décevant : le taux de transmission en courant est resté voisin de 0,1.

Il nous a donc fallu étudier le problème de l'optique électronique d'une manière plus sérieuse afin de concevoir et de faire réaliser un canon permettant d'obtenir de meilleures performances.

D'après l'article de I. Langmuir et K.S. Blodgett : "Currents limited by space charge between coaxial cylinders", la pervéance d'un système constitué par une cathode et une anode cylindriques coaxiales limitées par un secteur d'angle 2θ petit, est donnée par la formule :

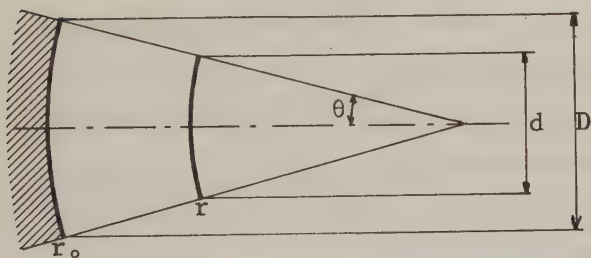


figure 33

$$P = \frac{i}{v^{3/2}} = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2} \eta \frac{l_D}{r_0^2} \frac{\delta}{\beta^2},$$

r_0 désignant le rayon de courbure de la cathode,

r désignant le rayon de courbure de l'anode,

D et d , les largeurs respectives de la cathode et de l'anode, l la hauteur commune de la cathode et de l'anode.

Nous avons posé :

$$\delta = \frac{D}{d} = \frac{r_0}{r}$$

$$\eta = \frac{e}{m_0} \quad (\text{charge spécifique de l'électron}).$$

La grandeur β^2 est une fonction de δ dont Langmuir et Blodgett ont dressé un tableau de valeurs numériques, au moyen d'un développement limité. La figure 34 représente la courbe tracée à partir de ce tableau.

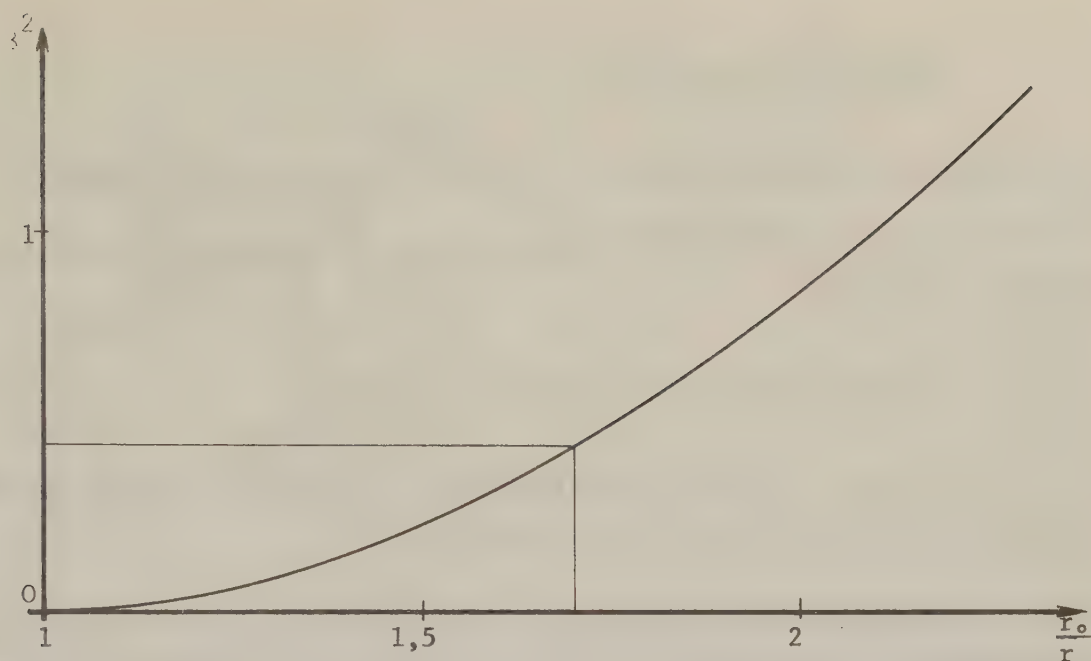


figure 34

D'autre part, nous avons recherché la forme des trajectoires électroniques en dehors du canon à électrons ; les trajectoires marginales sont paraboliques et elles satisfont à l'équation :

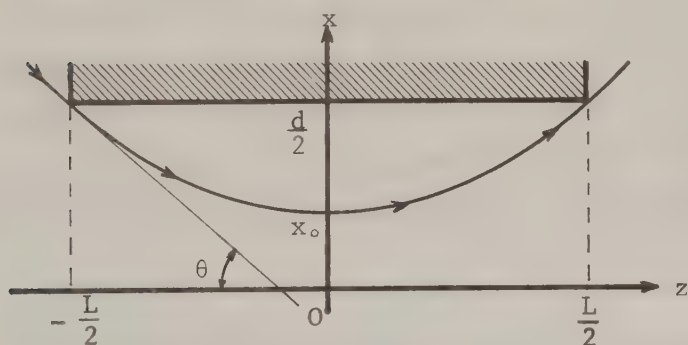


figure 35

$$x = \frac{1}{2} \gamma z^2 + x_0$$

$$\text{avec } \gamma = \frac{P}{2\epsilon_0 \lambda \sqrt{2\eta}}$$

Dans ces conditions, il est facile de calculer la longueur maximale L que peut

parcourir un faisceau électronique laminaire entre deux plaques métalliques, en l'absence de champ électrique ou magnétique, sans être intercepté par ces plaques.

$$\text{Nous obtenons : } L = \frac{2\theta}{\gamma} = 9r\beta^2,$$

à condition que $x_0 \geq 0$, soit $\theta^2 \leq \gamma d$, soit encore $\beta^2 \leq \frac{4}{9}$. D'après le graphe de la figure 34, cette dernière condition est vérifiée pour $\delta = \frac{r_0}{r} \leq 1,7$.

Nous avons alors fixé :

$D = 1,6 \text{ mm}$ (largeur de la cathode que nous possédions)

$d = 1,2 \text{ mm}$ (distance entre les plaques métalliques percées de fentes)

soit : $\delta = 1,33$.

$\lambda = 1 \text{ cm}$ (valeur raisonnable de la longueur de la cathode).

De plus, nous nous sommes imposés d'obtenir un courant de 200 mA sous une tension d'accélération de 3000 volts.

L'expression de la pervéance P nous a donné : $r_0 = 20 \text{ mm}$. La distance maximale pouvant être parcourue par les électrons est alors, avec $\beta^2 \approx 0,102$: $L \approx 13,8 \text{ mm}$.

D'autre part, en prenant un secteur de cylindres coaxiaux, nous créons un effet de bord dont il n'a pas été tenu compte dans les calculs. D'après les indications fournies par Pierce (Theory and design of electron beams, p. 174 et sq.), cet effet peut disparaître si l'on utilise un wehnelt plan, incliné de $67,5^\circ$ par rapport au bord du faisceau, et porté au potentiel de la cathode. Cette valeur angulaire est obtenue par la résolution des équations de Laplace et de Poisson, par la méthode des transformations conformes.

L'ensemble de ces renseignements nous a permis de concevoir et de faire réaliser par la C.S.F. un canon à électrons dont nous donnons sur la figure 36 un plan schématique. Il comporte une cathode meulée (afin d'obtenir la courbure désirée) et entourée du wehnelt, sorte d'auge constituée par quatre plaques faisant deux à deux un angle d'ouverture de 130° , pour tenir compte de la convergence du faisceau ; l'ensemble est maintenu par des lames brasées sur un support en alumine. Le wehnelt a été placé légèrement en arrière de la cathode et sa position peut être ajustée fictivement au moyen d'une tension négative variable. Tout le canon peut se translater latéralement et tourner autour d'un axe vertical, afin de positionner le mieux

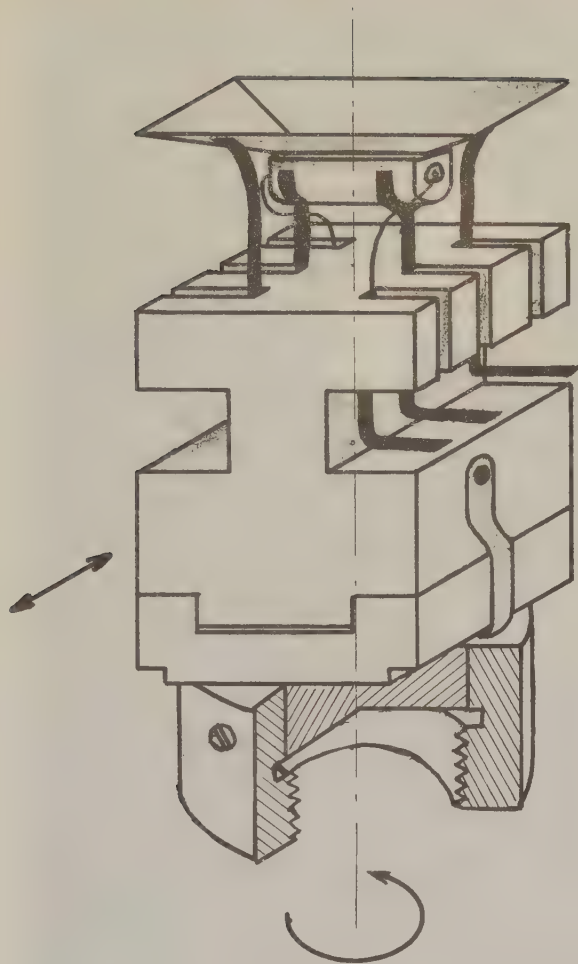


figure 36

possible la cathode par rapport au canal électronique.

Pour mesurer la transparence de notre structure, nous avons placé à quelques centimètres de la sortie du canal, un collecteur massif en cuivre, muni d'une encoche pyramidale. Celle-ci permet de recueillir les électrons sur une surface plus étendue (pour en limiter l'échauffement) et de réduire aussi l'émission secondaire en direction de la structure, cette émission obéissant à la loi de Lambert. Ce collecteur est refroidi par une circulation d'eau ; il est fixé à l'enceinte par l'intermédiaire des canalisations en cuivre et d'une bride munie d'un joint torique qui assure à la fois l'étanchéité et l'isolement électrique. Afin d'éviter un court-circuit entre la structure, placée à la masse, et le collecteur, dont

le potentiel est très voisin de zéro, la canalisation d'eau comporte plusieurs mètres de tuyau vinylique.

Le taux de transmission que nous avons pu mesurer, et concernant ce canon, a atteint la valeur 0,5.

La photographie ci-après montre les canons construits d'après les calculs précédents ainsi que d'autres modèles ayant ultérieurement été réalisés avec des cathodes plus larges pour améliorer la pervéance. On peut également y observer deux cathodes groupées pour l'étude d'une structure à deux canaux ; les wehnelts ont été supprimés pour des raisons d'encombrement.

Le taux de transmission obtenu avec ces canons nous ayant paru encore insuffisant, nous avons été amenés à en améliorer les performances en utilisant un champ magnétique pour combattre la défocalisation du faisceau électronique.

Nous avons conçu un système constitué de deux bobines et nous avons établi la formule donnant le champ magnétique créé sur l'axe, en tenant compte de la hauteur et de l'épaisseur de chaque bobine. Nous avons alors calculé numériquement, au moyen d'un ordinateur, en faisant varier les différents paramètres, les dimensions d'une bobine créant sensiblement un champ constant sur l'axe. La figure 37 représente les variations du champ magnétique pour plusieurs valeurs de la distance entre les deux bobines ; la longueur ℓ , qui mesure la hauteur totale du système, a été choisie égale à 16 mm, cette valeur permettant d'obtenir un champ pratiquement constant sur une longueur notable de l'axe, au voisinage du centre.

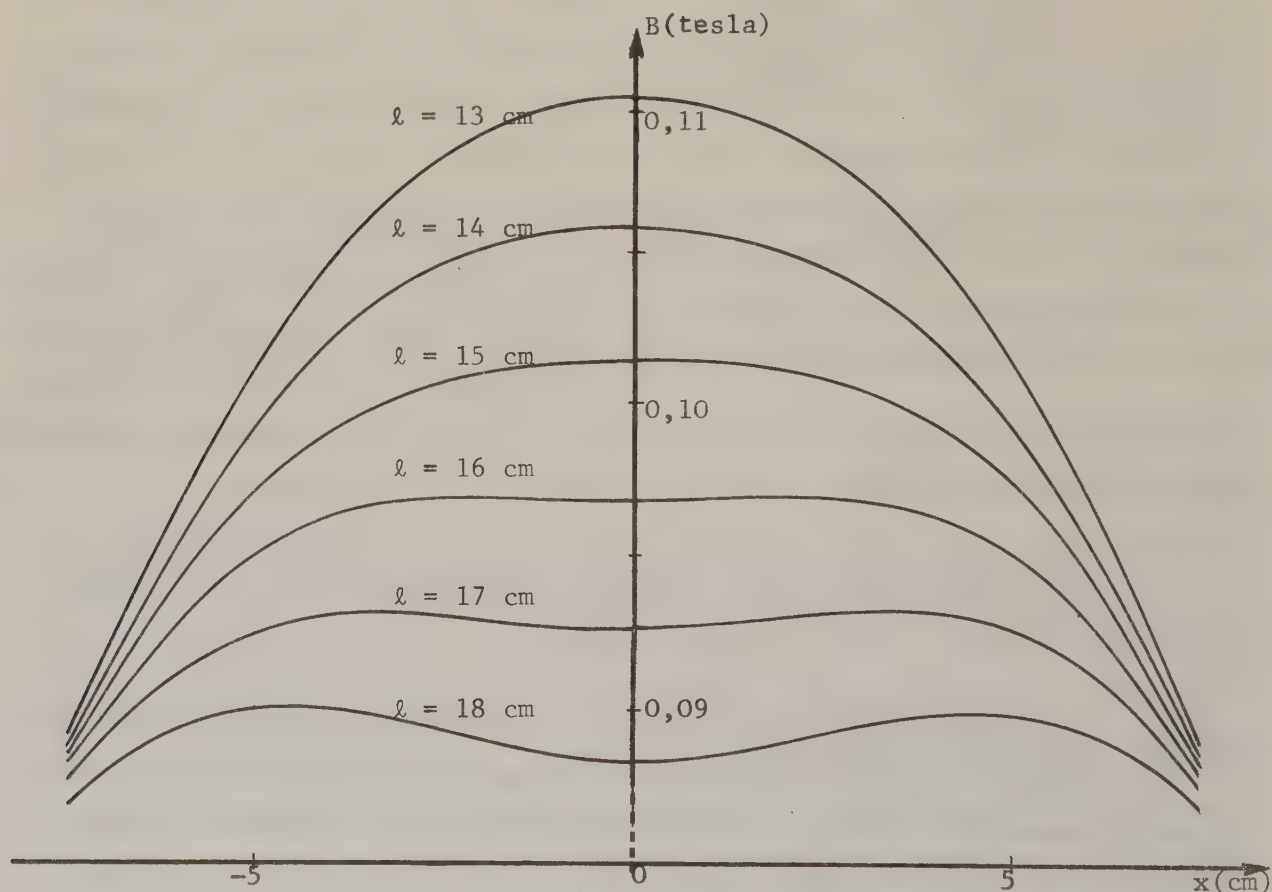
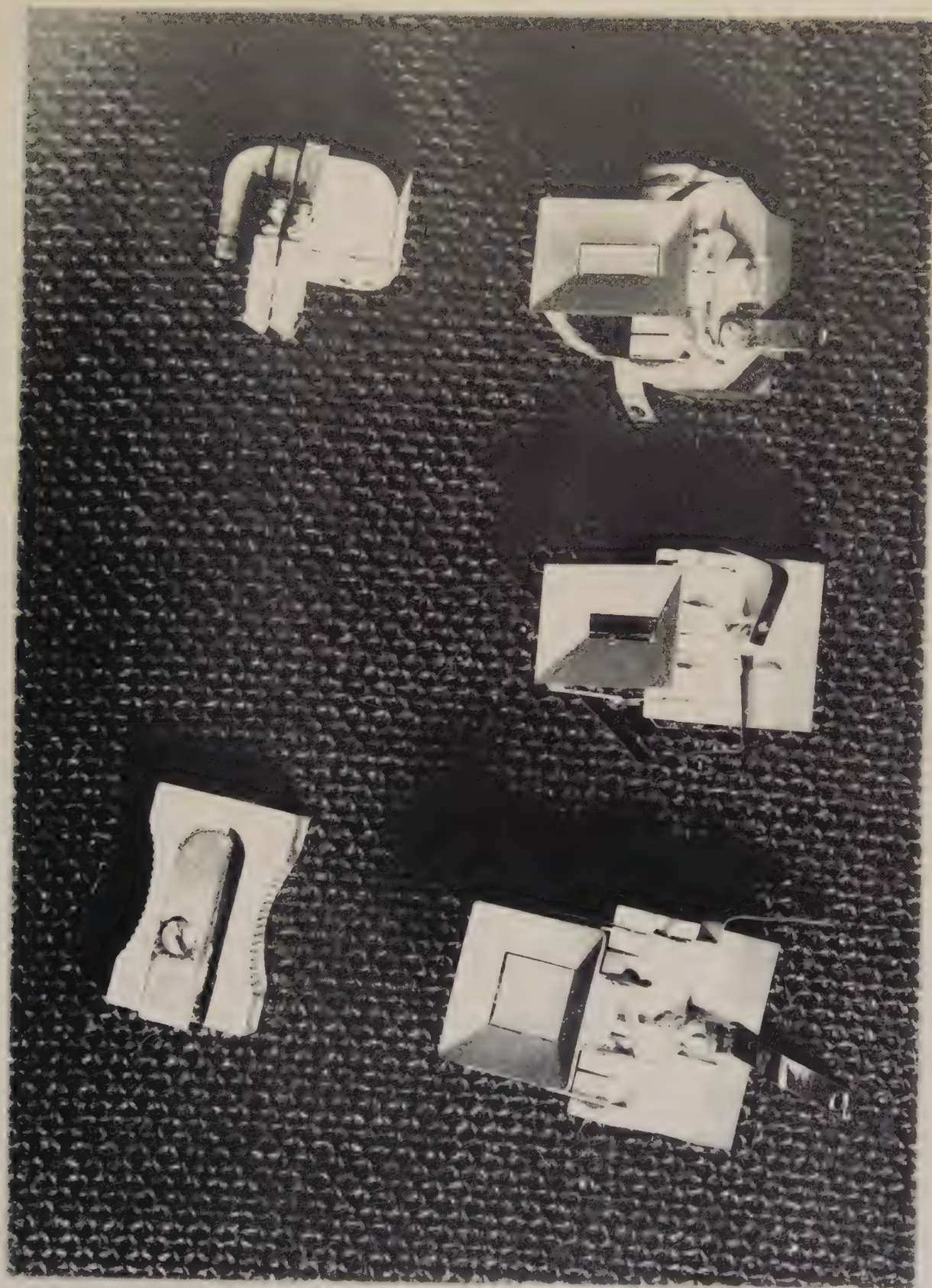


figure 37



Canons à électrons

Nous avons réalisé les deux bobines au moyen d'un tube en cuivre de diamètre intérieur 2 mm et de diamètre extérieur 4 mm, recouvert d'un ruban plastique et enroulé sur un mandrin en bois, les spires étant collées entre elles à l'araldite. La photographie ci-après montre ces bobines, entourant notre enceinte à vide.

Pour alimenter électriquement le système, nous avons construit une alimentation de courant continu fournissant une intensité de plus de 100 A, sous une tension de 50 volts, à partir du réseau alternatif triphasé. L'utilisation d'un pont à trois doubles branches de redresseurs secs (pont triphasé) permet d'obtenir un taux d'ondulation de l'ordre de 4% sans utilisation d'une cellule de filtrage ; ce taux est suffisamment faible pour nous donner une fluctuation résiduelle du champ magnétique tolérable, la qualité essentielle exigée pour ce champ étant d'être assez fort. Nous pouvons obtenir des courants variant par sauts entre 90 A et 130 A, au moyen du primaire du transformateur d'alimentation à prises multiples.

Chaque bobine comporte quatre tronçons indépendants du point de vue hydraulique afin d'obtenir un débit d'eau suffisant pour l'évacuation de la chaleur. Avec un courant de 100 A, l'élévation de température de l'eau a atteint environ 50° C pour un débit total de 1,35 l/mn.

L'ensemble des deux bobines étant parcouru par un courant de 100 A, des mesures du champ magnétique créé par ce système, ont été effectuées au moyen d'un gaussmètre à effet Hall ; le tableau ci-après permet de comparer les valeurs théoriques et expérimentales en différents points de l'axe situés à la distance x du centre.

x_{cm}	0	1	2	3	4	5	6	7
B théor. (gauss)	971,6	971,8	971,8	970,1	964,3	952,0	931,2	900,8
B expér. (gauss)	1043	1043	1043	1037	1027	1010	982	952

Nous pouvons constater que nous avons réalisé un champ magnétique sensiblement constant sur une longueur notable du système ; en raison de la propriété de conservation de flux de ce champ, celui-ci est alors pratiquement homogène dans un volume relativement important, occupant largement l'encombrement du faisceau.

D'ailleurs, nous avons mesuré la composante axiale du champ en dehors de l'axe, pour $x = 0$. Le tableau suivant donne les valeurs obtenues, en fonction de l'écart R à l'axe, pour un courant $I = 100$ A.

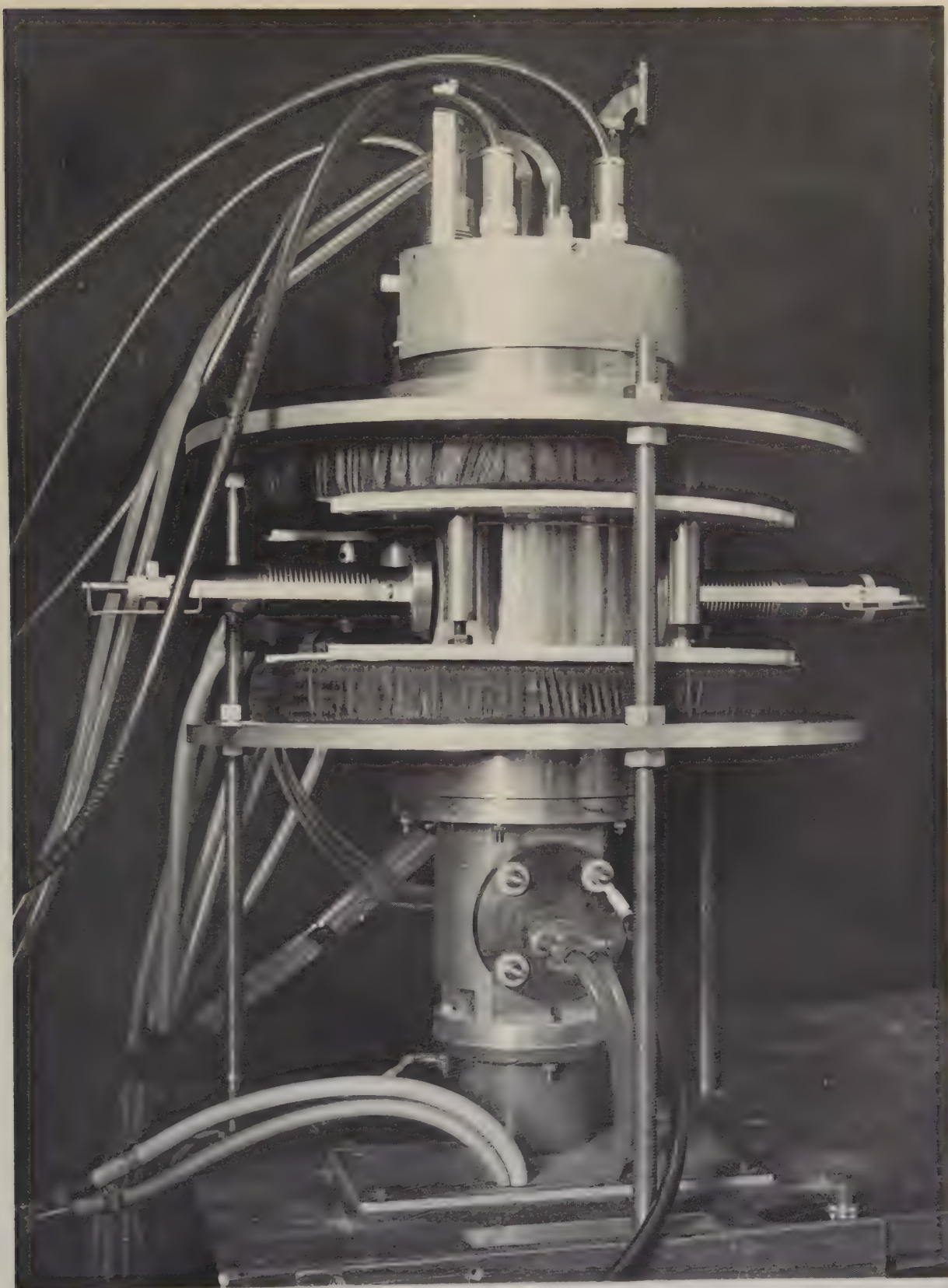
R (cm)	0	1	2	3	4	5	6	7
B expér. (gauss)	1043	1043	1060	1078	1102	1128	1185	1250

L'utilisation de ces bobines nous a permis d'obtenir, pour des courants électroniques de plusieurs dizaines de milliampères, un taux de transmission de l'ordre de 0,95, valeur très satisfaisante.

§ 2 - Enceinte à vide

Le vide nécessaire au fonctionnement de nos structures est obtenu au moyen d'une pompe primaire à palettes et d'une pompe secondaire à diffusion débitant 600 l/s et fonctionnant avec une huile Apiezon C. La pression est mesurée au moyen d'un capteur de type TK3, alimenté par un coffret à lecture directe.

L'enceinte à vide utilisée à nos débuts était celle d'un klystron démontable réalisé par M. Matricon à la C.F.T.H. ; nous l'avons aménagée pour qu'elle puisse recevoir nos structures démontables, tout en conservant les principaux éléments mécaniques ; la figure 38 représente les détails de cette enceinte telle que nous l'avons utilisée.



L'enceinte à vide et les bobines focalisatrices

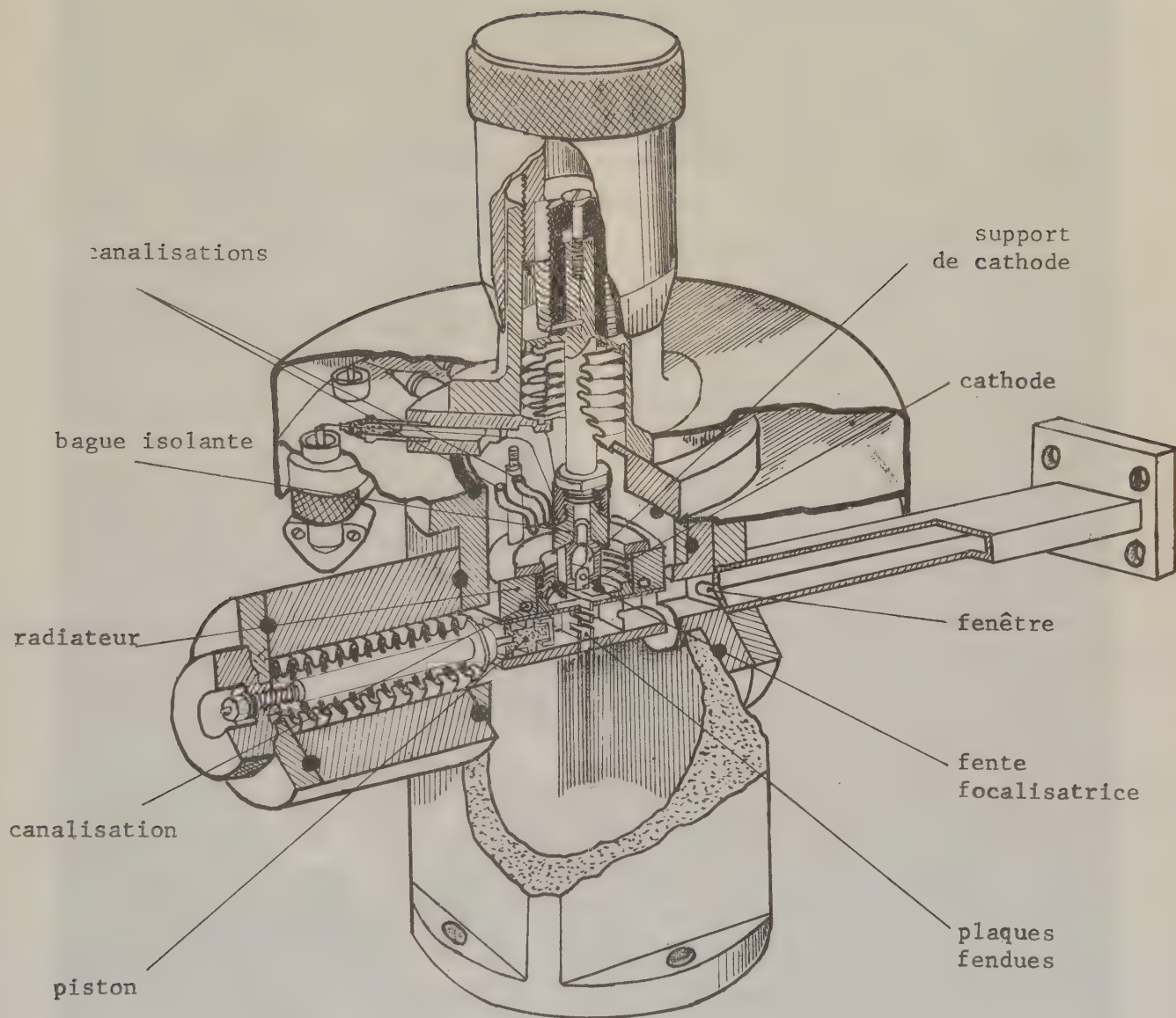


figure 38

Les plaques percées de fentes sont serrées entre deux mâchoires évidées de part et d'autre afin de réaliser deux sections de guide ; celles-ci sont obturées d'un côté par un piston mobile et de l'autre, par une cloison percée d'un trou de couplage. L'ensemble est appliqué par vissage sur une pièce massive percée de canalisations d'eau. Cette pièce a le double rôle de maintenir les structures et de fonctionner en radiateur ; elle est fixée au chapeau de l'enceinte par trois colonnettes en acier et elle maintient également la grille focalisatrice du canon à électrons, par l'intermédiaire d'une bague isolante.

Le dessin représente également la cathode, alors maintenue par une mâchoire en acier solidaire d'une vis micrométrique pour ajuster la distance entre l'anode et la cathode.

Cette enceinte nous a permis de réaliser nos premiers essais ; mais la nécessité ultérieure de perfectionner le montage par l'utilisation de plusieurs sorties guidées, de deux pistons latéraux et d'un piston axial, nous a amenés à concevoir et à réaliser une nouvelle enceinte. L'extérieur de celle-ci est visible sur la photographie de la page 105, tandis que la photographie suivante montre le détail de l'intérieur.

Dans ce nouveau modèle, toutes les connexions avec l'extérieur se font par le chapeau, qui est constitué par un flasque muni de six sorties électriques étanches, d'une canalisation d'eau et de sorties, par des fenêtres en mica, pour les guides d'onde. Ceux-ci sont reliés à notre structure, dans l'enceinte, au moyen de coudes et de transitions en plan incliné. Le radiateur, fixé au chapeau par trois colonnettes, est également utilisé pour maintenir l'ensemble ; il est conçu de manière à pouvoir recevoir des structures de différents types et de différentes dimensions ; de même, la longueur des structures étudiées peut atteindre 10 cm.

Un piston de fond de canal et deux pistons latéraux peuvent, en outre, être commandés de l'extérieur grâce à des soufflets métalliques étanches.



Le générateur

Enfin, le canon à électrons, dont la position est réglable, en rotation et en translation, par un système de chariot et de pivot, est fixé au chapeau de l'enceinte.

L'ensemble de ce dispositif nous a permis d'étudier de nombreuses structures, dont la réalisation nous a causé beaucoup de soucis.

§ 3 - Réalisation des structures

Le modèle le plus délicat à réaliser est celui à fentes profondes fermées. La technique utilisée par les constructeurs de tubes hyperfréquences est celle de la brasure à l'argent d'un empilement de plaques, ajourées par des lumières rectangulaires, alternativement grandes et petites. Cette technique donne des résultats excellents mais elle est assez délicate à employer ; elle nécessite un usinage difficile de plaques fines, une électrolyse dans des bains de cyanure et enfin une cuisson sous atmosphère réductrice d'hydrogène (à 800°C environ), de façon à obtenir un eutectique argent-cuivre qui réalise la brasure.

A nos débuts, nous ne possédions pas de four à hydrogène ; aussi, nous avons tenté de concevoir d'autres techniques.

Nous avons d'abord essayé d'obtenir par fraisage des peignes en cuivre pour les braser ensuite, sur leurs faces latérales, à deux plaques fermant l'ensemble. Malheureusement, tous nos essais pour obtenir ces peignes se sont soldés par des échecs : nous avons fait varier les vitesses et les sens de rotation de la fraise-scie, les vitesses d'avance, les formes de denture, la profondeur des passes, la nature des lubrifiants, ... ; il existe une profondeur maximale au delà de laquelle on ne peut progresser sans produire d'échauffement, provoquer des vibrations, voiler les fraises et obtenir des résultats déplorables. Or, comme il a été dit, la profondeur des fentes est relativement importante pour provoquer un ralentissement suffisant des ondes.

Nous avons également tenté d'utiliser une méthode d'électrolyse ; nous avons empilé alternativement des plaques de cuivre et des plaques d'aluminium, l'ensemble ayant ensuite servi de cathode dans un bain de sulfate de cuivre à anode soluble. La pièce massive obtenue est ensuite usinée extérieurement puis soumise à l'attaque d'une solution de soude ou d'acide chlorhydrique, ce qui supprime la partie en aluminium. La difficulté réside dans l'obtention d'une surface intérieure dépourvue d'oxyde de cuivre CuO noir, résultat de l'action oxydante de l'acide chlorhydrique ou de la déshydratation de l'hydroxyde $\text{Cu}(\text{OH})_2$ provenant d'une légère attaque du cuivre par la soude. Le dépôt humide étant adhérent, un traitement à l'acide nitrique dilué suivi d'un pompage sous vide (ou d'un pompage sous hydrogène à température élevée) élimine une grande partie de ces impuretés.

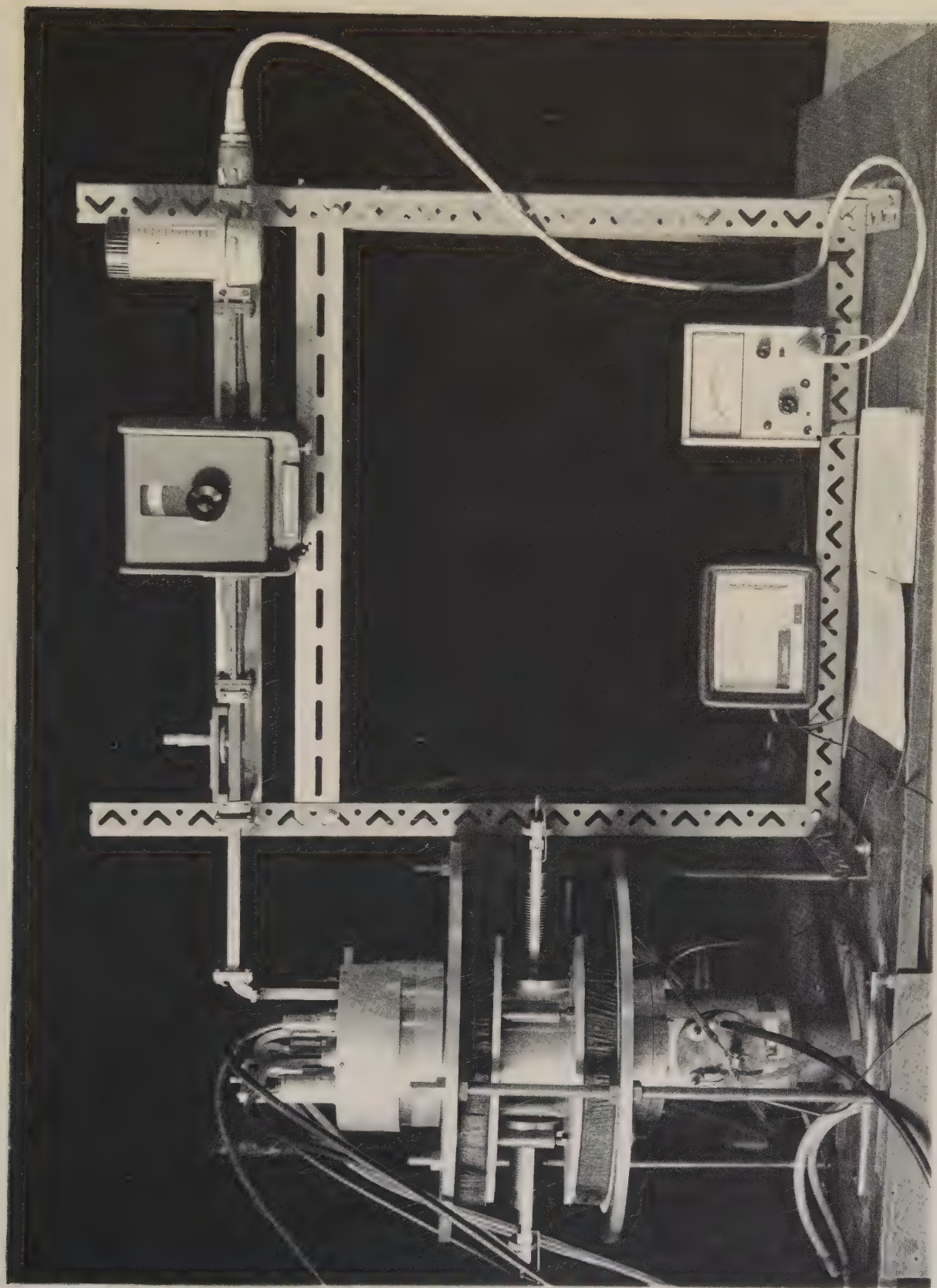
Cependant, le nettoyage n'est jamais parfait et il subsiste vraisemblablement, dans le cuivre, des inclusions d'électrolyte car les essais d'oscillation pratiqués avec de telles structures se terminent très rapidement par l'empoisonnement de la cathode et l'arrêt de l'émission électronique.

D'après notre expérience, la méthode par brasure à l'argent sous hydrogène reste donc la seule valable.

Par contre, il a été beaucoup plus facile de réaliser les structures à fentes ouvertes ; nous y sommes parvenus en faisant pénétrer, au moyen d'une fraiseuse, des meules diamantées dans des plaques en cuivre. Les fentes sont ensuite reprises manuellement pour rectifier la partie arrondie laissée à chaque extrémité, par l'usure circulaire de la meule.

§ 4 - Banc de mesure

Les mesures des puissances et des fréquences d'oscillations produites par nos structures s'effectuent au moyen d'un banc de mesure en propagation guidée, banc représenté par la photographie ci-après. Nous disposons d'un adaptateur, d'un atténuateur étalonné, d'un ondemètre et d'une terminaison à thermistance. Au moyen de l'atténuateur étalonné, nous pouvons



Le banc de mesure

réglér la puissance dissipée dans la thermistance à 1 mW, la lecture de l'atténuation donnant alors la valeur de la puissance incidente.

Dans certains cas, pour des réglages préalables ou des recherches de fréquences, il peut être intéressant de "visionner" les modes d'oscillation. Cela est possible en plaçant une alimentation alternative en série avec l'alimentation continue fournissant la tension d'accélération du faisceau ; la thermistance est alors remplacée par un cristal détecteur, le signal détecté étant appliqué sur la voie verticale d'un oscilloscope, alors que la voie horizontale est alimentée par une source de tension sinusoïdale, par l'intermédiaire d'un déphaseur variable (figure 39).

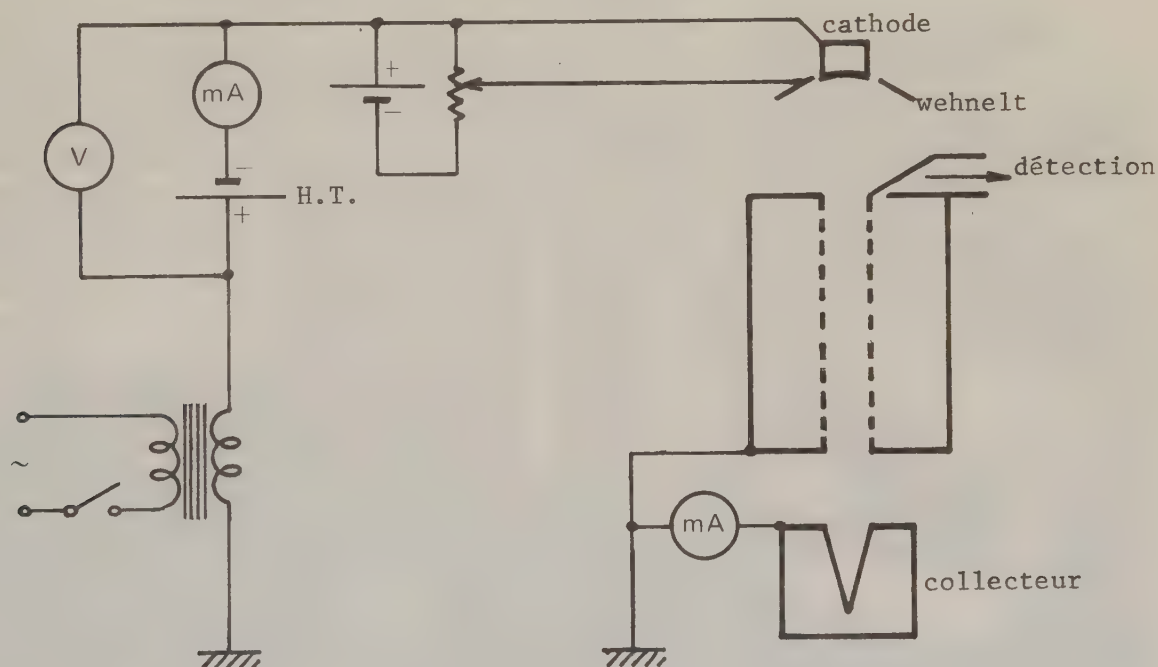


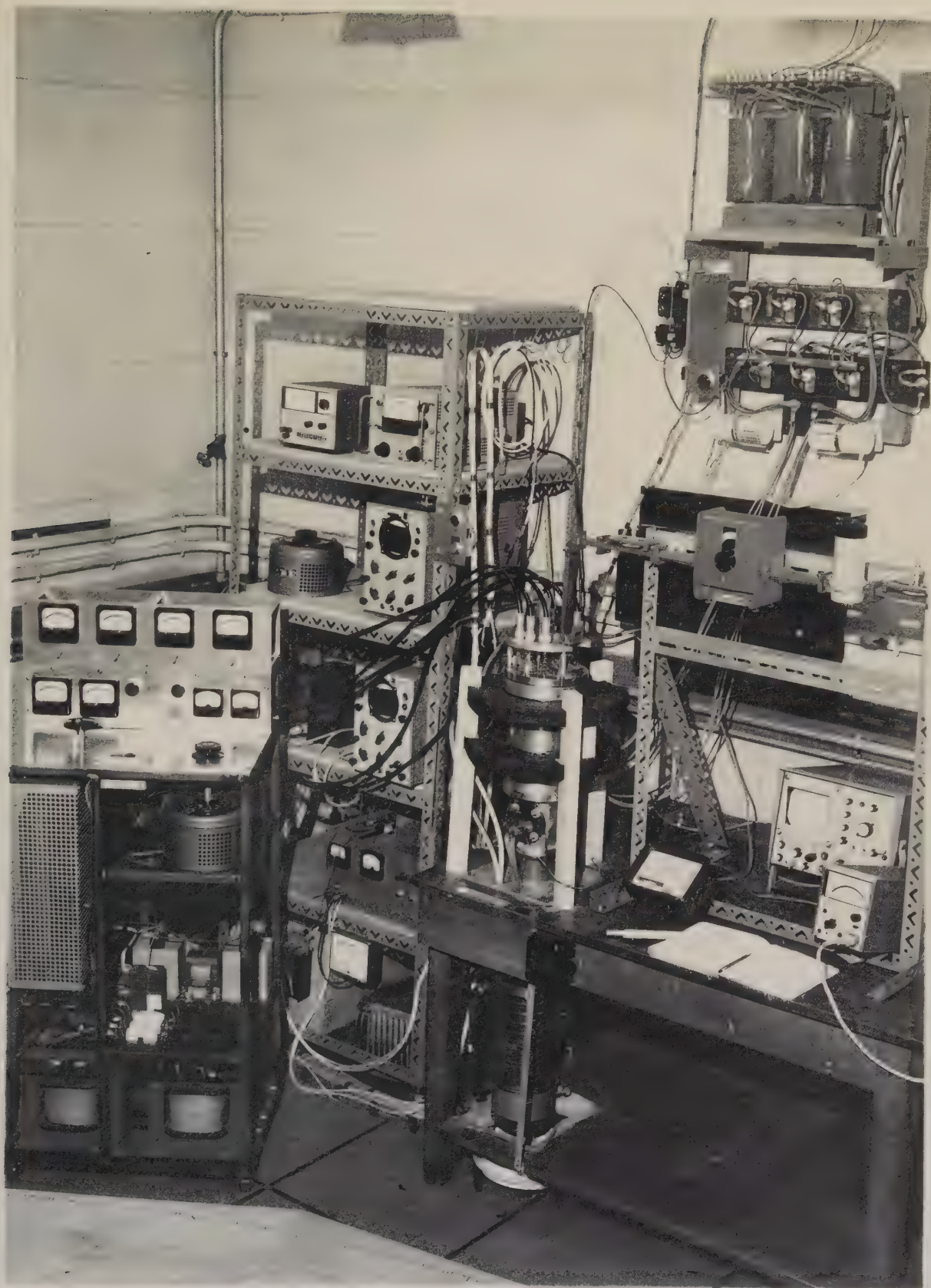
figure 39

L'ensemble de l'appareillage utilisé apparaît sur la photographie suivante. On distingue au centre, l'enceinte entourée par les bobines de focalisation, ces bobines étant alimentées par un pont redresseur triphasé placé en haut et à droite de la photographie. À gauche, se trouve l'alimentation haute-tension, munie des appareils de mesure de courant et de

potentiel. Sur la table est placé le circuit hyperfréquence branché à un millivoltmètre ; un milliampèremètre mesure le courant produit par la capture du faisceau par le collecteur et permet de connaître le taux de transmission des structures étudiées.

L'ensemble de cet appareillage nous a permis de procéder à de nombreux essais de différents modèles de structures ; les résultats de ces expériences sont décrits dans les chapitres suivants.

—:—



Vue d'ensemble de l'appareillage

Chapitre III

Etude expérimentale d'un élément de structure

§ 1 - Structure de type "à fentes fermées"

Nous avons étudié expérimentalement une structure dont les dimensions sont données par les paramètres du guide G_3 décrit précédemment (1ère partie, chap. II, § 4) ; nous avons choisi : $D = 1,25$ mm, soient :

$$d = \frac{D}{2\Delta} = 0,5 \text{ mm}, \quad a = A_1 D = 2 \text{ mm}, \quad A-a = A_2 D = 13 \text{ mm} \text{ et } b = \frac{D}{2B} = 35 \text{ mm},$$

et nous avons pris arbitrairement un nombre de pas égal à 12.

Les calculs numériques nous ayant donné, au voisinage du mode π ($X = 0,5$), $Y = 0,0493$, la vitesse de phase de l'onde est environ $c/10$, ce qui nécessite une tension voisine de 2500 volts.

Tous les essais d'oscillation réalisés avec ce modèle de structure, en utilisant différents types de couplage (ouverture d'une cavité débouchant au fond du guide de mesure, couplage en sortie ou à l'entrée du canal électronique) sont demeurés infructueux.

Nous avons également tenté de faire osciller une structure construite d'après les paramètres du guide G_4 (1ère partie, chap. II, § 4), avec $D = 1,5$ mm, $d = 1$ mm, $a = 2$ mm, $A-a = 15$ mm et $b = 35$ mm. Mais, il n'a encore pas été possible de mettre en évidence l'existence d'une oscillation.

Nous avons alors essayé un modèle constitué par des cavités alternativement longues et courtes, à la manière des magnétrons de type "rising-sun" ; nous avons réalisé, par électrolyse, une cavité de type G_4 , mais comportant des corrugations de 32 mm et de 38 mm alternées.

Nous avons pu observer une oscillation, mais dont le niveau est resté très faible, de l'ordre de quelques milliwatts (cf. fig. 40). La fréquence de cette oscillation a varié le long du mode, de 10,353 GHz à 10,358 GHz, alors que la fréquence théorique d'oscillation correspondant au mode π , avec des fentes égales de 35 mm de long, est donnée par :

$$f = \frac{Yc}{D} = 10,380 \text{ GHz (avec } Y = 0,0519 \text{)}.$$

Nous avons aussi pu observer des oscillations de quelques milliwatts de puissance, à des fréquences de 9,80 GHz et 9,95 GHz, pour des tensions respectives de 1075 volts et 1180 volts.

Les performances de ce type de tube, à fentes fermées, sont donc restées à un niveau très décevant. Il est vraisemblable que ces maigres résultats sont dus à la grande étendue et à l'état défectueux des surfaces en cuivre limitant la cavité, ainsi qu'à l'imperfection inévitable de la périodicité de la structure.

Nos essais se sont alors portés vers les structures à fentes ouvertes qui nous ont donné des résultats plus encourageants.

§ 2 - Structures de type "à fentes ouvertes"

Un premier modèle comportant seulement deux fentes, et couplé au

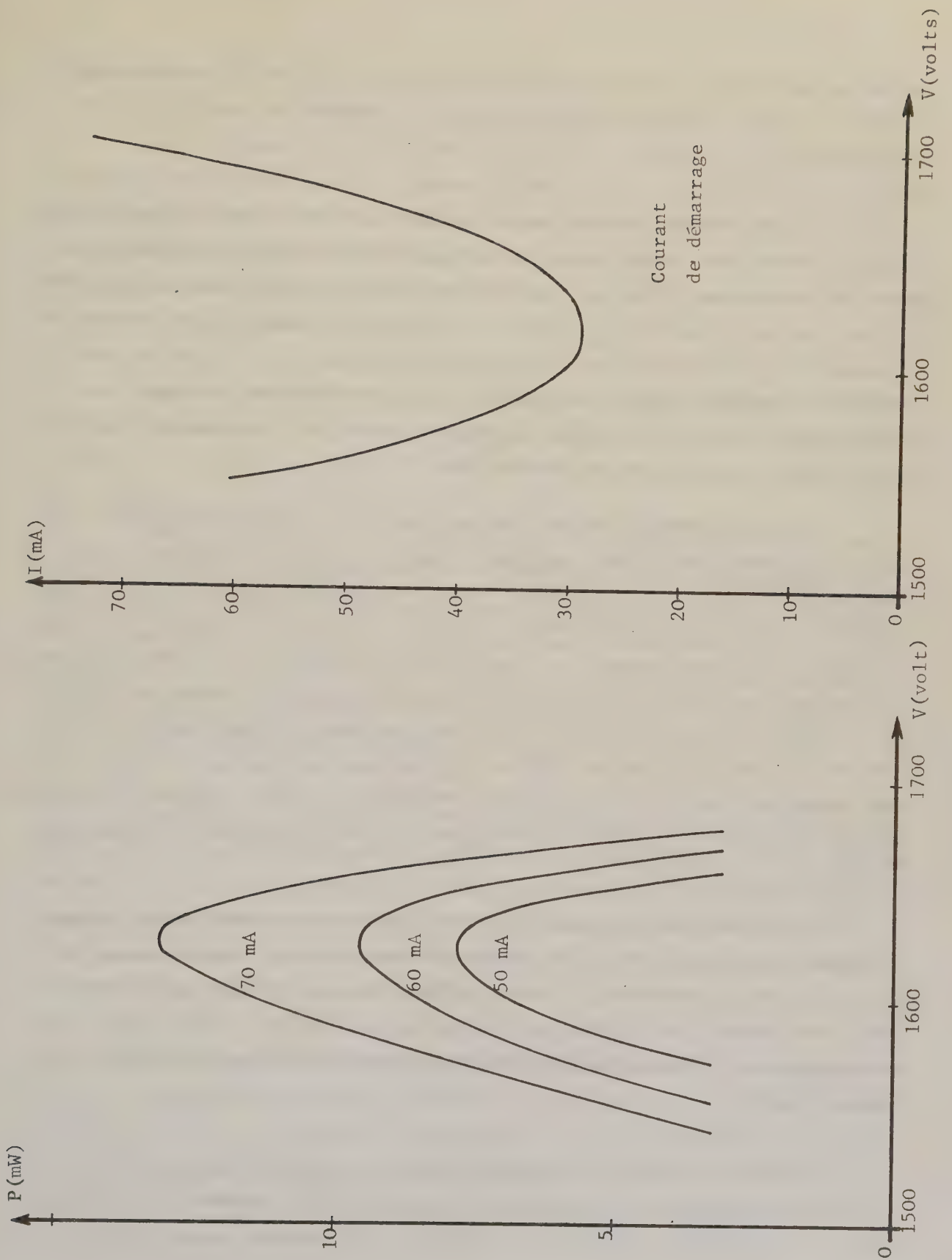


figure 40

guide de mesure par un trou circulaire débouchant au fond d'une des deux cavités (cf. fig. 38), ne nous a pas permis de mettre une oscillation en évidence.

Nous avons alors réalisé un modèle constitué de deux plaques possédant chacune vingt cinq fentes afin d'effectuer sur une plus grande longueur le prélèvement d'énergie au faisceau ; d'autre part, nous avons modifié le couplage entre la structure et le guide de mesure, le prélèvement de l'énergie se faisant au moyen d'un cornet débouchant dans la cavité, au niveau de la première fente. La structure ainsi réalisée est analogue au "laddertron" conçu par Fujisawa, Nonaka et Kanedo, et fonctionnant dans le domaine des fréquences voisines de 50 GHz.

Avec un premier modèle de ce type, comportant 25 fentes de 15 mm de long, espacées de 1,5 mm, dans des plaques de 0,5 mm d'épaisseur, nous avons constaté qu'il ne se produit aucune oscillation décelable si les plaques sont placées à 2,5 mm l'une de l'autre (ceci afin de ménager le passage des électrons) ; par contre, cet espace ayant été réduit à 2,0 mm, nous avons pu détecter des signaux de 2 mW de puissance environ, de fréquences 10,035 GHz ; 10,170 GHz ; 10,215 GHz ; 10,232 GHz, et pour des tensions d'accélération du faisceau voisines de 1450 volts. Quelques petites oscillations de niveau comparable ont pu être également observées pour des tensions d'accélération de 1950 volts et 2060 volts et à des fréquences également voisines de 10 GHz.

Le choix de la largeur du canal électronique semble donc, comme l'indique la théorie, avoir une grande influence sur le fonctionnement de nos structures ; cependant, il nous est difficile de réduire cette dimension à une valeur très inférieure à 2 mm car les plaques interceptent alors une trop grande fraction du faisceau et se déforment sous l'influence de la chaleur reçue.

Pour accroître le rendement obtenu, nous avons réalisé un autre modèle de structure, en alternant des fentes de 13 mm et de 17 mm de longueur ; ce modèle est identique, au pas près, au système représenté sur

la figure 23.

Avec un canal électronique de 2,5 mm de largeur, nous avons pu détecter une oscillation de plus grande puissance que la précédente, atteignant 250 mW à une fréquence de 10,1 GHz, pour une tension approximative de 2900 volts et avec un courant électronique de 70 mA environ ; nous avons également noté une oscillation à la fréquence 8,54 GHz, pour une tension d'accélération légèrement plus faible.

Avec un canal électronique de 2 mm de largeur, nous avons observé des oscillations aux fréquences suivantes : 8,30 ; 8,55 ; 10,10 ; 11,30 GHz et pour des tensions de l'ordre de 2800 à 2900 volts.

Enfin, pour éviter les déformations des plaques sous l'influence de l'échauffement, nous avons réalisé le même modèle que précédemment, mais au moyen de plaques plus massives de 1 mm d'épaisseur. De plus, nous avons perfectionné notre montage en terminant le canal électronique par un court-circuit mobile, commandé de l'extérieur par un système articulé pouvant se mouvoir grâce à un soufflet étanche. Nous avons également utilisé deux pistons, disposés latéralement, de part et d'autre des plaques fendues.

La figure 41 représente l'ensemble des modes observés lorsque la tension d'accélération varie entre 1500 volts et 3500 volts, pour un courant transmis de 90 mA, l'adaptateur de la ligne de mesure, ainsi que les pistons latéraux, étant placés, pour chaque mesure, dans leur position optimale ; le piston de fond est pratiquement sans effet, sur la faible course qui lui est permise (environ deux pseudo-pas).

Une interprétation de cette carte des modes peut être donnée au moyen des courbes de dispersion associées à la structure ; les difficultés expérimentales, dues à la faible dimension de la cavité, ne nous ont malheureusement pas permis d'obtenir les courbes de dispersion du tube ayant fonctionné ; cependant, nous avons pu tracer (cf. fig. 24), des courbes

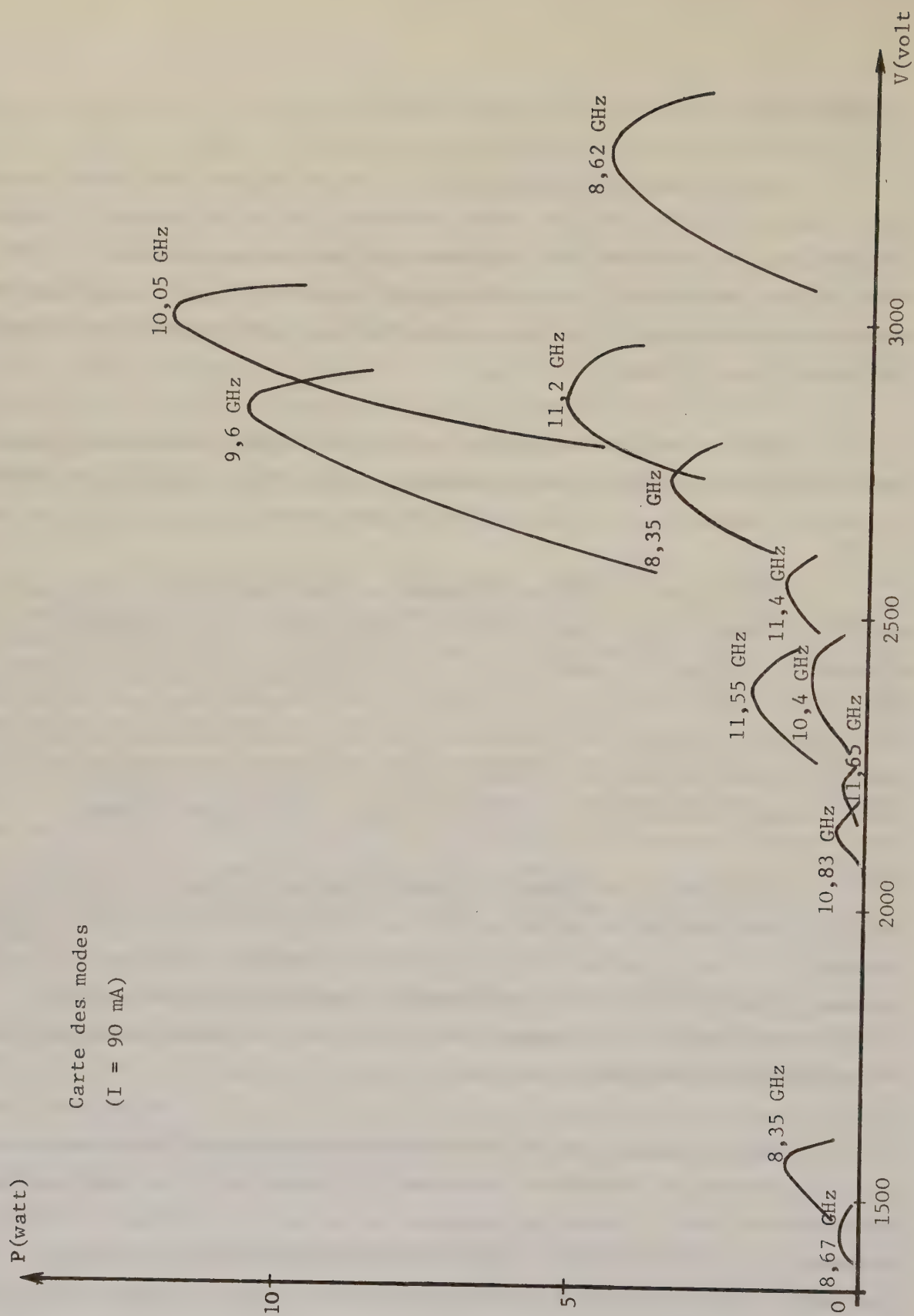


figure 41

relatives à une cavité de même type (cf. fig. 23), mais possédant un pas plus grand ($D' = 2D = 10$ mm).

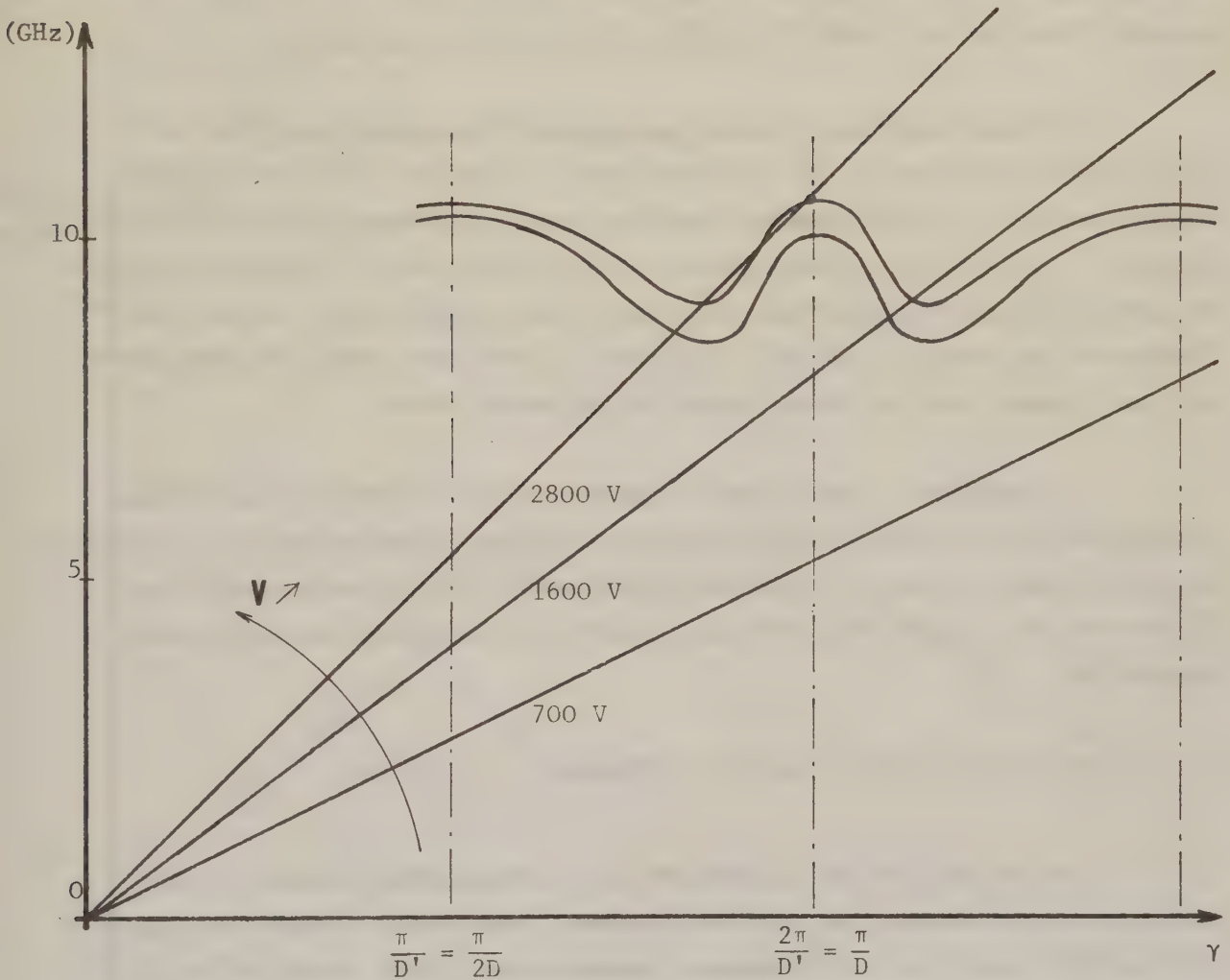


figure 42

Une explication qualitative peut alors être donnée au moyen de la figure 42 où nous avons représenté l'allure vraisemblable de l'une des doubles courbes de dispersion : $f = f(\gamma)$ de notre tube, au voisinage de 10 GHz ; sur ce diagramme, les lignes à tension constante (assurant le synchronisme de l'onde et des électrons) sont des droites d'origine 0 et dont la pente varie comme la racine carrée de la tension accélératrice. De plus, la longueur des fentes et leur pas ont été choisis pour que le tube à fentes égales fonctionne vers 10 GHz, au voisinage du mode π , pour

une tension d'accélération de l'ordre de 2700 volts ; ce point de fonctionnement est devenu le mode 2π pour le tube à fentes inégales et les courbes de dispersion ont, de plus, été déformées comme nous l'avons déjà fait remarquer (1ère partie, chap. II, § 5).

Si nous admettons (comme cela nous a été suggéré par les calculs théoriques du chapitre I, et en accord avec la formule (11-5) de Pierce), que les points de fonctionnement sont les points à tangente horizontale des courbes : $f = f(\gamma)$, nous constatons, sur la figure 42, l'existence possible de nombreux modes (dont certains seulement sont représentés, du fait de l'omission de courbes voisines), ces modes allant par couples de fréquences voisines, comme cela est bien vérifié expérimentalement.

L'expérience nous a aussi permis de faire d'autres observations : certains modes sont difficiles à obtenir alors que d'autres sont au contraire particulièrement stables ; certains provoquent, lors de leur apparition, l'élévation du courant électronique, d'autres au contraire en provoquent la diminution.

§ 3 - Etude particulière du mode de fréquence $f = 9,6$ GHz

En vue de l'étude ultérieure de l'extension en volume de notre tube, nous nous sommes plus particulièrement intéressés au mode oscillant vers 9,6 GHz, dont le fonctionnement présente une grande stabilité et qui délivre une puissance notable.

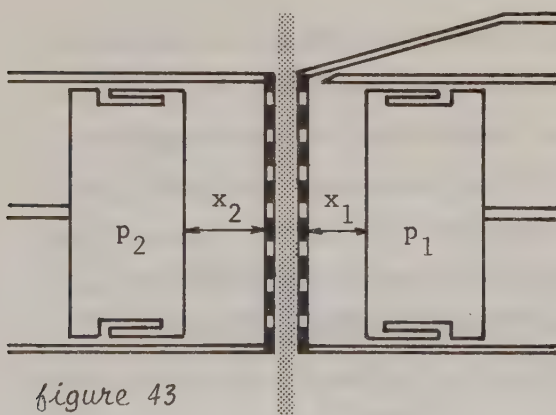


figure 43

En fonction de la distance x_1 (fig. 43) séparant le piston p_1 de la plaque fendue placée du côté de la ligne de couplage, nous avons tracé (fig. 44) à courant constant (90 mA) et à tension fixe (2825 volts) les courbes représentant :

- la puissance maximale pouvant être obtenue pour les positions optimales de l'adaptateur et du piston p_2 ;

- la position optimale de ce dernier ;

- la fréquence de l'oscillation.

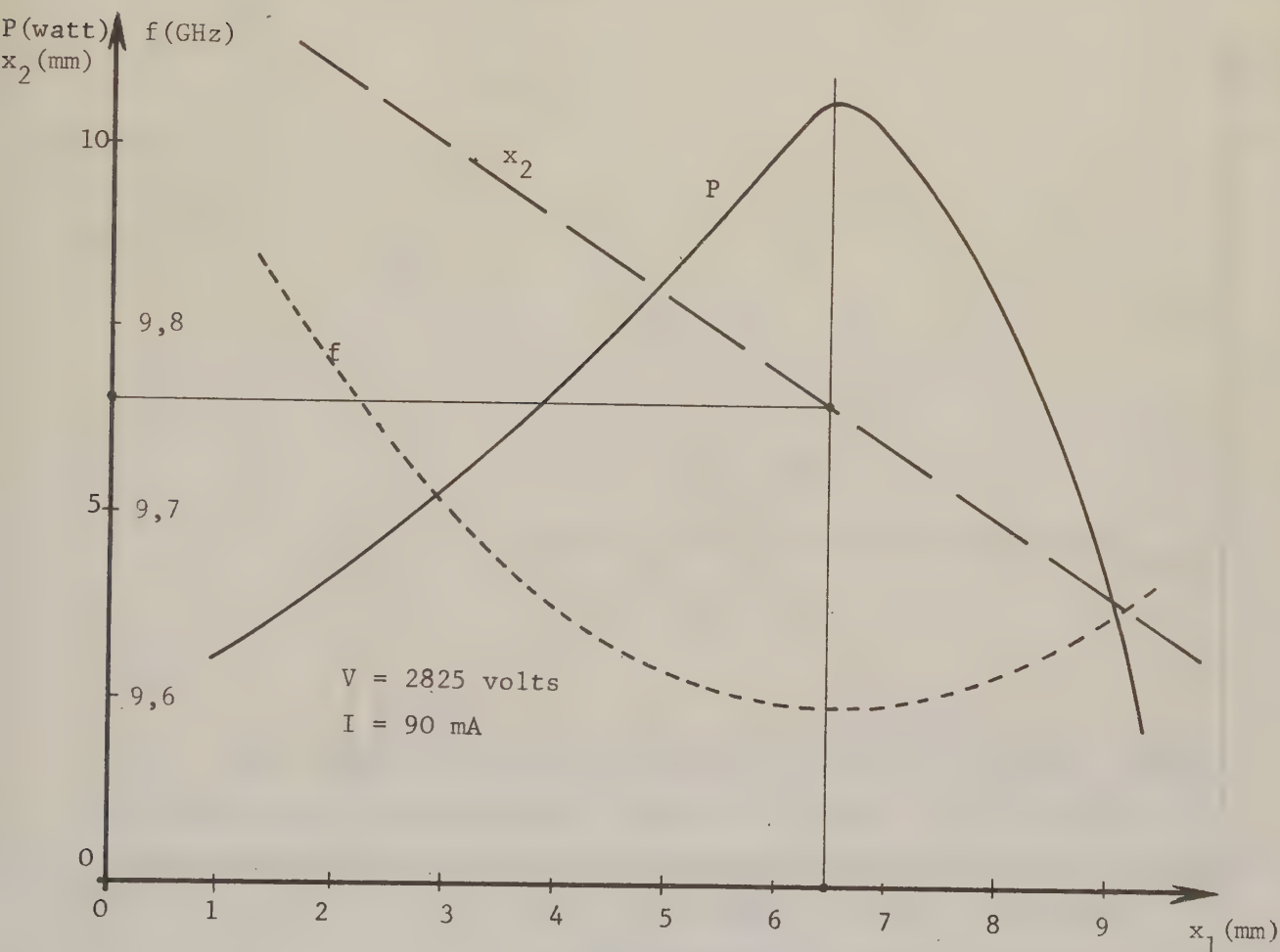


figure 44

Nous pouvons constater sur cette figure que le maximum absolu est atteint lorsque les deux pistons sont placés symétriquement, à une distance $x_1 = x_2 = 6,5$ mm, et que la fréquence passe alors par un minimum de valeur $f = 9,60$ GHz.

Nous avons ensuite eu la curiosité de rechercher l'influence,

sur la puissance et la fréquence, de la position x_2 du piston p_2 . La figure 45 résume nos mesures pour un courant électronique transmis maintenu à 90 mA et une tension de 2825 volts ; la puissance mesurée reste supérieure à la moitié de la puissance maximale sur une plage d'accord mécanique de 3 mm environ, l'écart Δf des fréquences entre les limites de cette bande restant faible : $\Delta f = 0,12$ GHz ; $\Delta f/f = 0,012$.

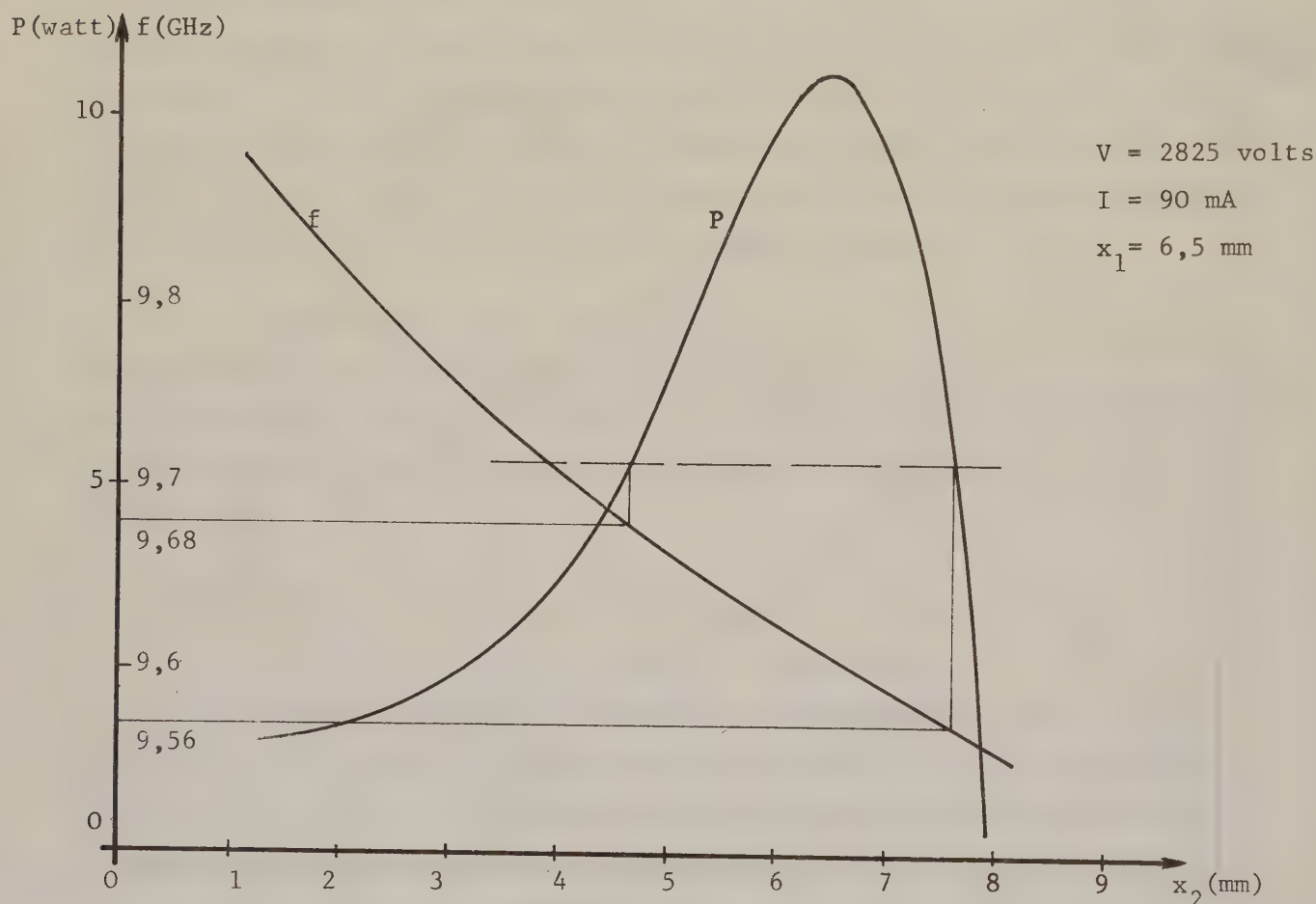


figure 45

Nous avons aussi tracé, en fonction de la tension d'accélération, la courbe (fig. 46) donnant les valeurs du courant de démarrage, ainsi que les courbes (fig. 47) représentant les puissances obtenues pour diverses valeurs des courants électroniques transmis, en plaçant les pistons dans leur position optimale : $x_1 = x_2 = 6,5$ mm.

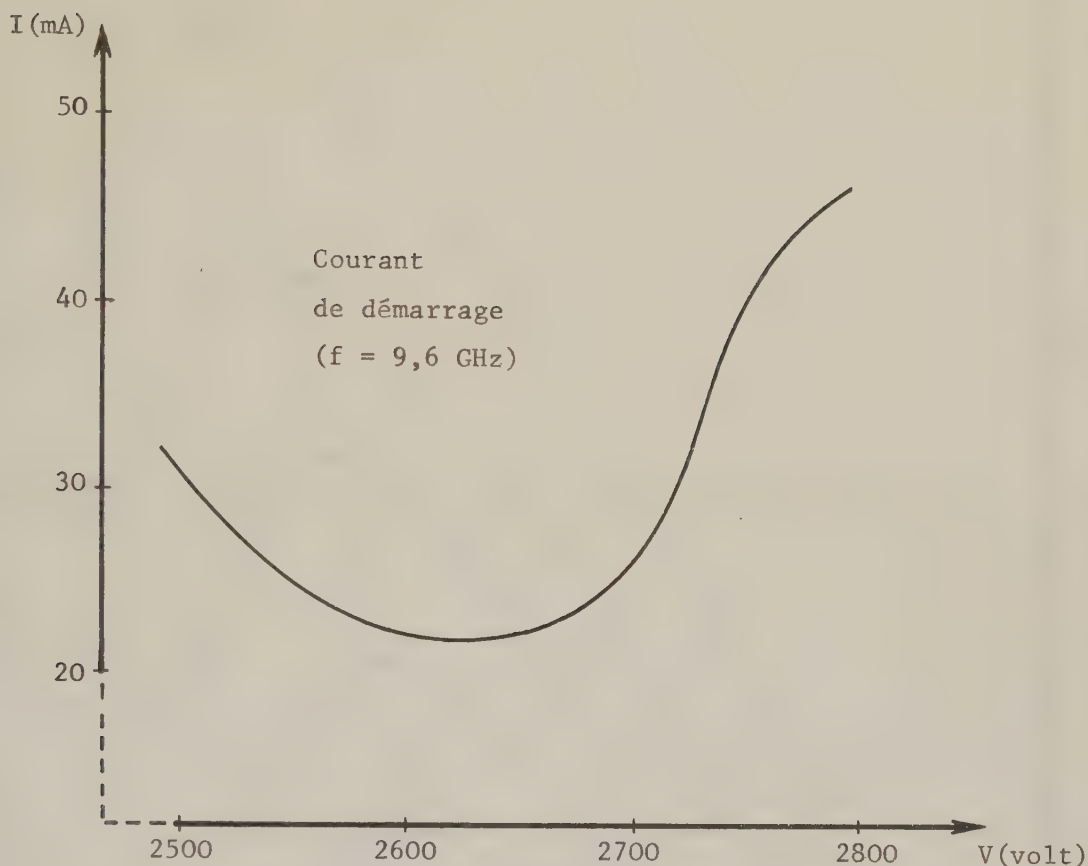


figure 46

Les puissances obtenues sont des fonctions rapidement croissantes du courant, toutes choses égales d'ailleurs ; c'est ainsi que lorsque le courant passe de 50 mA à 100 mA, les puissances maximales obtenues varient dans le rapport 3. Pour préciser ce phénomène, nous avons représenté sur la figure 48, la variation du maximum de la puissance en fonction du courant électronique, ainsi que la courbe donnant le rendement de notre tube, c'est-à-dire le rapport de l'énergie hyperfréquence obtenue à l'énergie continue délivrée par l'alimentation.

Nous n'avons pas cherché à améliorer ce rendement, il nous serait loisible de le faire en allongeant les structures, en rapprochant les plaques, en remplaçant notre tube démontable par un ensemble massif,

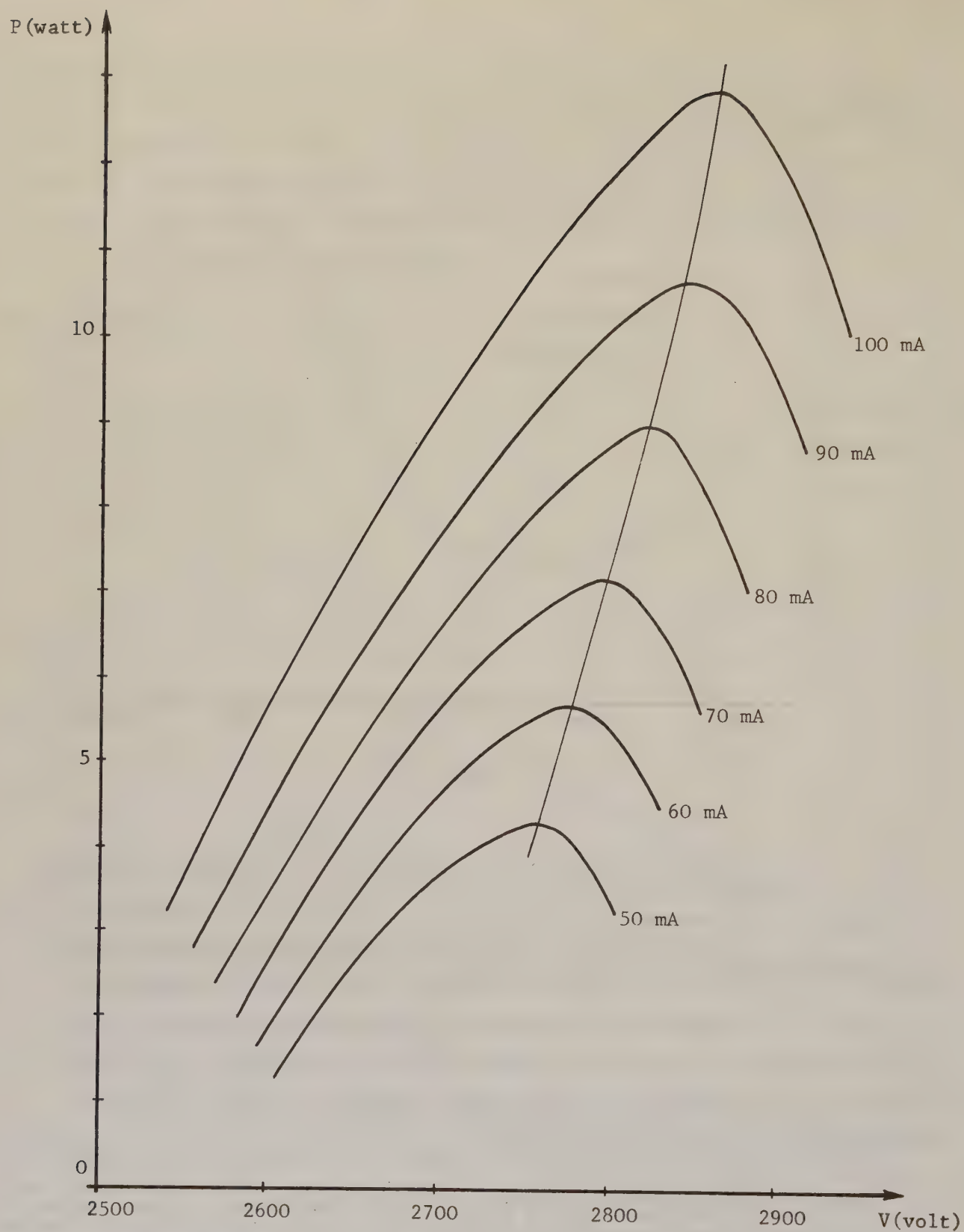


figure 47

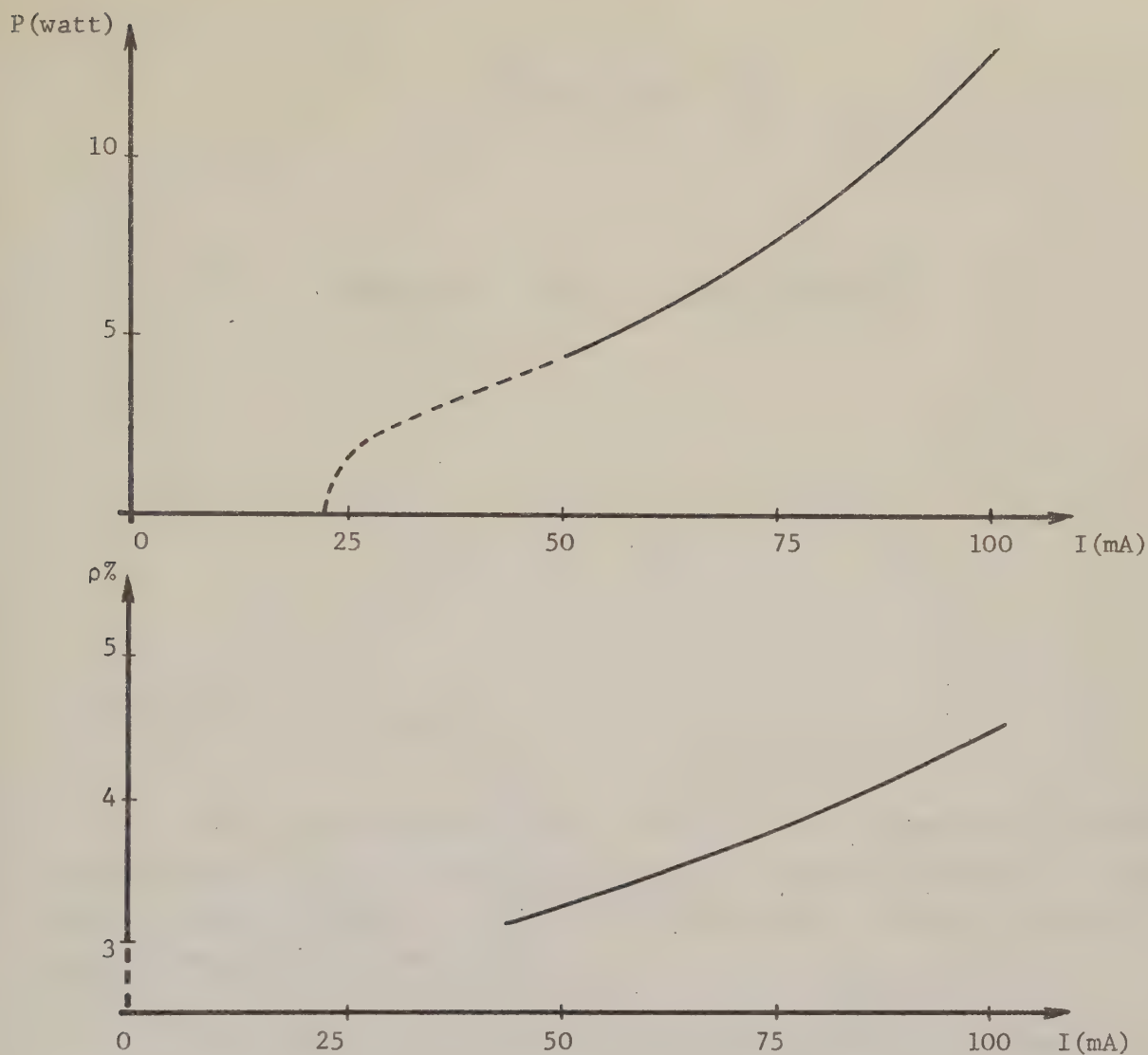


figure 48

en soignant particulièrement l'état des surfaces, ... Mais, l'étude de l'extension volumique de notre structure ne nécessitant pas obligatoirement l'obtention de puissances élevées, nous avons poursuivi nos expériences avec le tube démontable dont nous venons de donner les principales caractéristiques.

—:—

Chapitre IV

Etude de l'extension

§ 1 - Principe de l'extension

Notre idée initiale était, comme il a été indiqué dans la première partie (chap. I, § 1), d'obtenir un ensemble résonnant réalisé par un empilement de plaques fendues, les faisceaux électroniques circulant dans les espaces ménagés entre ces plaques.

Une première possibilité nous est donc offerte pour obtenir ce type de structures : au système des deux plaques précédemment étudié, il suffit d'ajouter une troisième, puis une quatrième, ..., puis une $n^{\text{ième}}$ plaque pour créer ainsi un second, puis un troisième, ..., puis un $(n-1)^{\text{ième}}$ canal, l'énergie délivrée par l'ensemble étant prélevée au niveau de la plaque terminale.

Cependant, il est nécessaire de déterminer expérimentalement les positions optimales des deux pistons latéraux ; dans le cas où les distances $x_1 = x_2 = 6,5$ mm, mesurées d'un piston à la plaque fendue la plus proche, restent constantes au cours du processus d'empilement, celui-ci peut se poursuivre dans les meilleures conditions ; mais, dans le cas où c'est la

distance entre les deux pistons qui reste constante, le processus d'empilement est rapidement limité et devient de moins en moins efficace, le champ électrique d'interaction voyant son amplitude diminuer à l'approche des plans de court-circuit.

Une seconde possibilité se présente, si l'on tient compte des résultats expérimentaux obtenus pour un élément de structure. En effet, la composante E_z du champ électrique présente un noeud sur le plan du piston p_2 ; en repoussant ce piston et en plaçant, à une distance de 6,5 mm de son ancienne position, un second élément de structure formé de deux plaques identiques à celles déjà existantes, cet élément se trouve à nouveau dans un ventre de la composante E_z , les champs électriques régnant dans chacun des deux canaux se trouvant en opposition de phase (fig. 49).

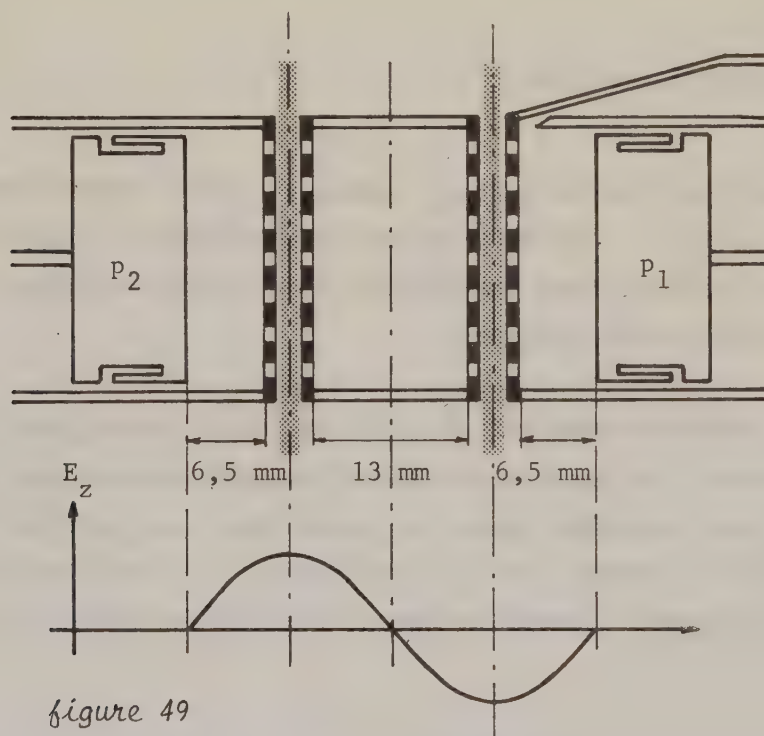


figure 49

Un choix de principe nous est donc offert, entre un procédé de groupement serré et un procédé de groupement lâche. Pour les deux possibilités, il reste à rechercher les conditions dans lesquelles un groupement peut être rentable, ou du moins, permet d'obtenir des puissances plus élevées

qu'avec un seul élément.

En portant notre attention, par exemple sur le second procédé, nous pouvons faire le raisonnement très grossier suivant, schématisé sur la figure 50. Considérons un tube parfait, sans pertes, délivrant la puissance

P ; en désignant par α le coefficient d'atténuation par unité de temps, atténuation due à la dissipation d'énergie dans les parois, la puissance fournie par un tube réel est seulement $P(1-\alpha)$.

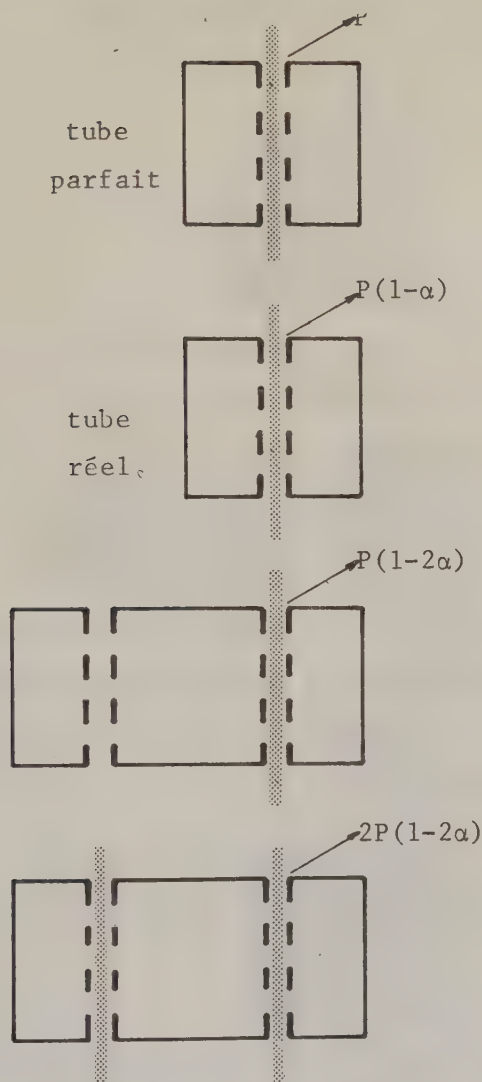


figure 50

Procédons à l'extension en ajoutant un second tube élémentaire, celui-ci n'étant pas alimenté en courant ; les surfaces ayant sensiblement doublé et les nouvelles lignes de champ étant symétriques de celles qui existaient dans la cavité initiale, les pertes sont pratiquement doublées. La puissance recueillie n'est plus alors que $P(1-2\alpha)$. Dans un dernier temps, si nous faisons fonctionner également le second canal, la puissance disponible est le double de la puissance obtenue précédemment, soit $2P(1-2\alpha)$.

Nous constatons immédiatement qu'il serait vain d'attendre du procédé d'extension une amélioration du rendement ; tout au plus, peut-on espérer

un gain absolu de la puissance disponible et seulement dans le cas où :

$$2P(1-2\alpha) > P(1-\alpha), \text{ soit } \alpha < \frac{1}{3} .$$

Ce raisonnement, très approché, relatif à un tube comportant deux canaux, peut se faire également pour une structure formée de n canaux. On trouve alors que la nouvelle structure n'est intéressante, du point de vue de la puissance recueillie, que si les pertes par effet Joule ne sont pas trop élevées à l'intérieur du tube, soit, plus précisément, pour $\alpha < \frac{1}{(n+1)}$.

Une conclusion analogue peut être donnée dans le cas d'un groupement du premier type, bien que l'adjonction d'un second canal ne double pas tout à fait l'aire des surfaces dissipatrices d'énergie.

§ 2 - Groupement serré

Les pièces essentielles permettant l'étude expérimentale du groupement des structures élémentaires sont représentées sur la photographie suivante ; on y distingue, en particulier, plusieurs plaques percées de fentes inégales alternées, divers pistons ajustables au fond des canaux et le canon à électrons possédant deux cathodes voisines.

Les résultats expérimentaux relatifs à ce groupement sont résumés sur la figure 51 ; ils concernent le fonctionnement du premier canal mis en présence d'un second élément de structure, et traversé seul par un courant de 90 mA.

Le mode obtenu, comparé à celui observé pour un tube élémentaire, est d'un niveau environ trois fois plus faible, légèrement décalé vers les basses tensions mais de même fréquence.

On peut donc écrire, compte-tenu de la théorie grossière établie précédemment :

$$\frac{P(1-2\alpha)}{P(1-\alpha)} \approx \frac{1}{3} \quad \text{soit} \quad \alpha = 0,4 > 0,33.$$



Pièces constitutives du générateur

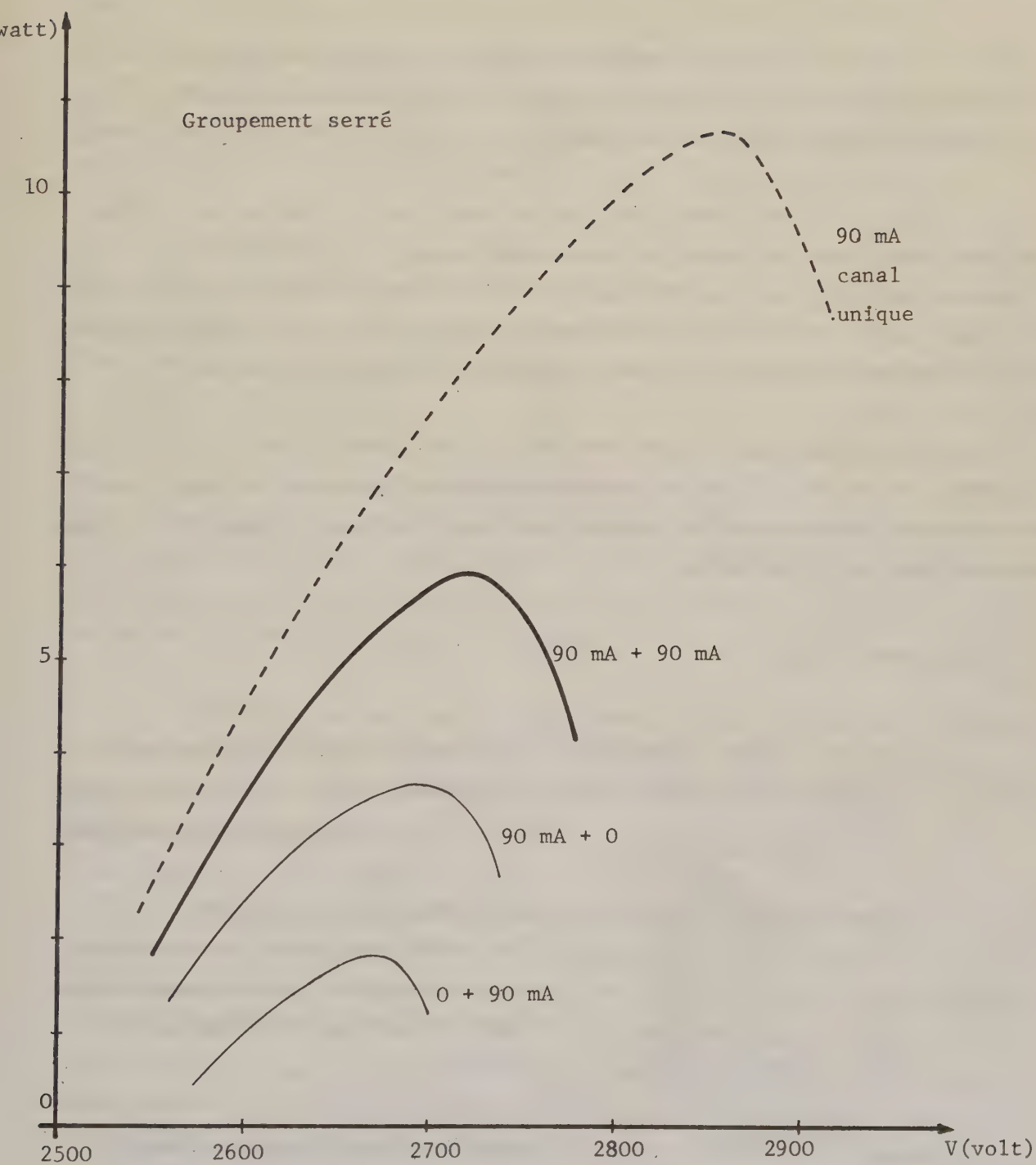


figure 51

On ne peut donc espérer, avec les pertes existant dans notre modèle, obtenir un gain de puissance en faisant fonctionner deux canaux, chacun dans les mêmes conditions qu'un seul.

De plus, l'expérience montre (fig. 51), que le second canal fonctionnant seul délivre une puissance encore plus faible que le premier ; cela est vraisemblablement dû à la dissymétrie du mode de prélèvement de l'énergie.

Enfin, il faut remarquer que les positions optimales des pistons latéraux sont, dans les deux cas, approximativement : $x_1 = 6$ mm et $x_2 = 4$ mm. Il semble donc que, avec un tel procédé d'extension, et dans notre cas, la dimension totale de la cavité doive rester constante, ce qui limite rapidement le nombre de canaux efficaces, comme nous l'avons expliqué au § 1.

En faisant fonctionner les canaux simultanément, on peut constater que leurs puissances s'ajoutent approximativement, le niveau du mode obtenu restant plus faible que celui observé avec une structure élémentaire, comme nous pouvions nous y attendre.

§ 3 - Groupement lâche

Afin de vérifier l'hypothèse faite au § 1, quant au choix de la position d'un second tube élémentaire à l'intérieur de la cavité, nous avons

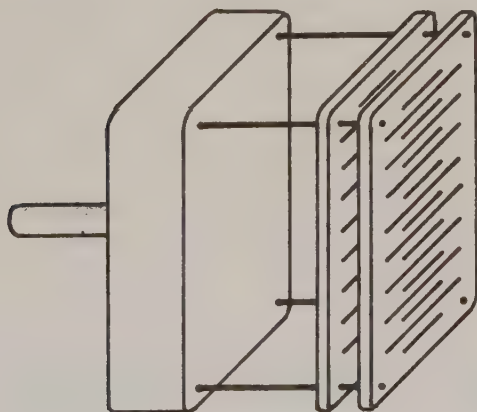


figure 52

utilisé un piston compliqué, représenté sur la figure 52, et formé d'un parallélépipède métallique solidaire d'un ensemble de deux plaques fendues, le plan du court-circuit restant maintenu à 6,5 mm de la plaque la plus proche.

En manoeuvrant ce système dans la cavité où se trouve un canal en

fonctionnement, nous avons constaté que le maximum de la puissance mesurée est atteint lorsque les plaques les plus voisines de chacun des deux tubes sont approximativement à la distance prévue de 13 mm. Mais, ce maximum est resté à un niveau très faible (à peine 1 watt, vers 2725 volts, pour un courant transmis de 90 mA ; alors que le même courant traversant un tube isolé nous avait fourni une puissance de 11 watts environ). Le piston compliqué dissipe donc une quantité considérable d'énergie ; l'imperfection des contacts avec les flancs de la cavité en est la cause principale.

En réalisant par serrage une cavité à deux canaux satisfaisant aux normes établies ci-dessus, nous avons procédé à des essais d'oscillation, pour diverses valeurs des courants transmis (fig. 53). Le premier canal fonctionnant seul ne donne que cinq fois moins de puissance environ que dans le cas d'un élément de structure isolé dans la cavité, mais plus de deux fois plus que dans le cas précédent du piston mobile. Le coefficient de pertes peut donc être évalué approximativement à $\alpha = 0,45 > 0,33$, ce qui exclut, pour notre modèle, la possibilité d'un gain de puissance lors du fonctionnement simultané de deux canaux ; les positions optimales des pistons latéraux sont restées voisines de $x_1 = x_2 = 6,5$ mm, mais la fréquence a subi une légère dérive en passant de 9,60 GHz à 9,53 GHz.

Quant au second canal, il n'a donné, comme dans le cas précédent du couplage serré, qu'une puissance environ moitié de celle fournie par le canal proche de la fente de couplage, mais toujours avec les mêmes positions optimales des pistons.

Nous avons alors effectué l'expérience suivante : le premier canal, traversé par un courant de 80 mA fonctionnant seul, nous avons fait parcourir le second canal par un courant électronique en faisant progressivement varier l'intensité de celui-ci (fig. 54). Nous avons alors observé qu'il suffit de faire passer un faible courant dans le second canal pour augmenter notablement la puissance recueillie, celle-ci progressant moins vite au fur et à mesure que la valeur de l'intensité dans le deuxième canal s'approche de la valeur constante du courant traversant le premier ; lorsque l'égalité

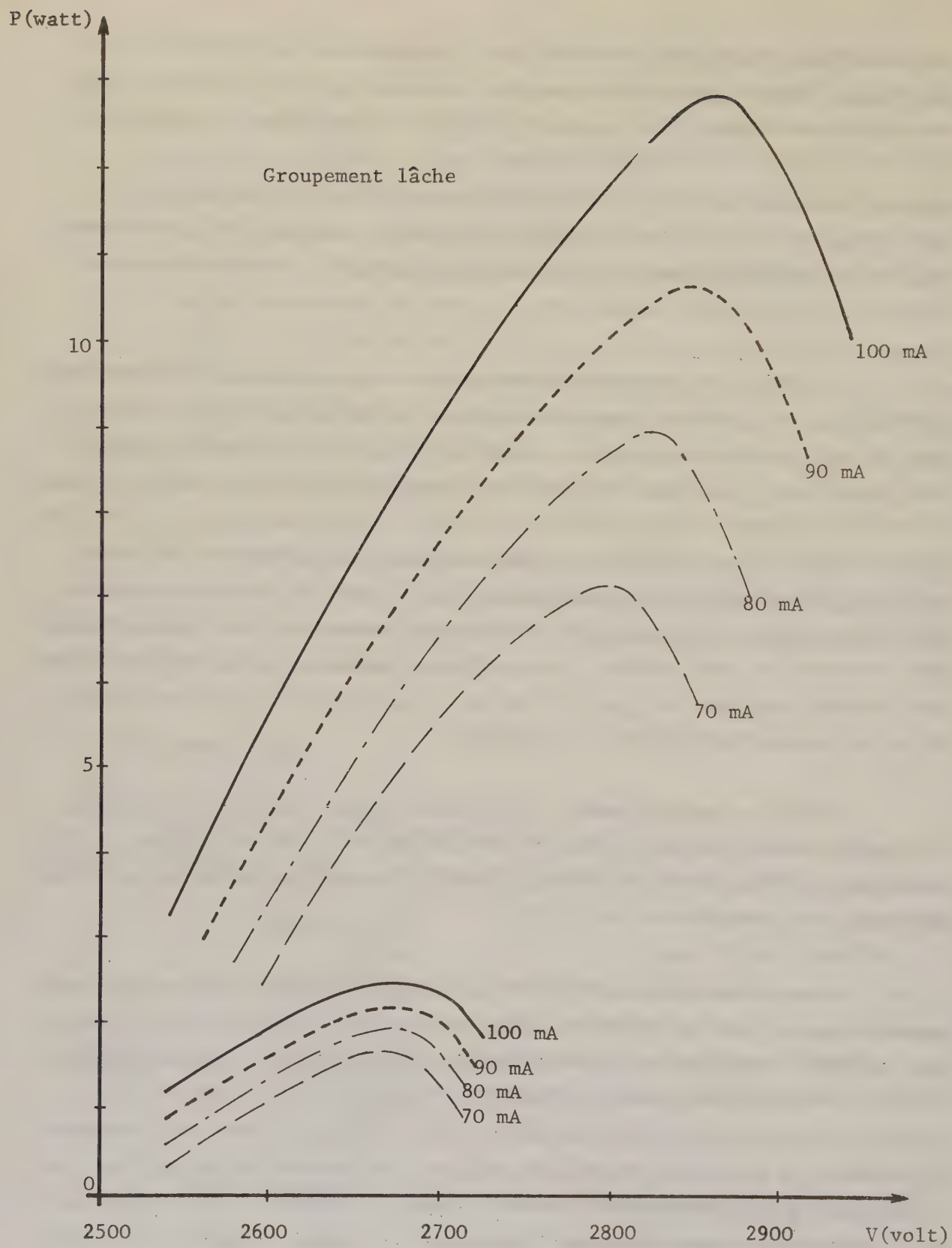


figure 53

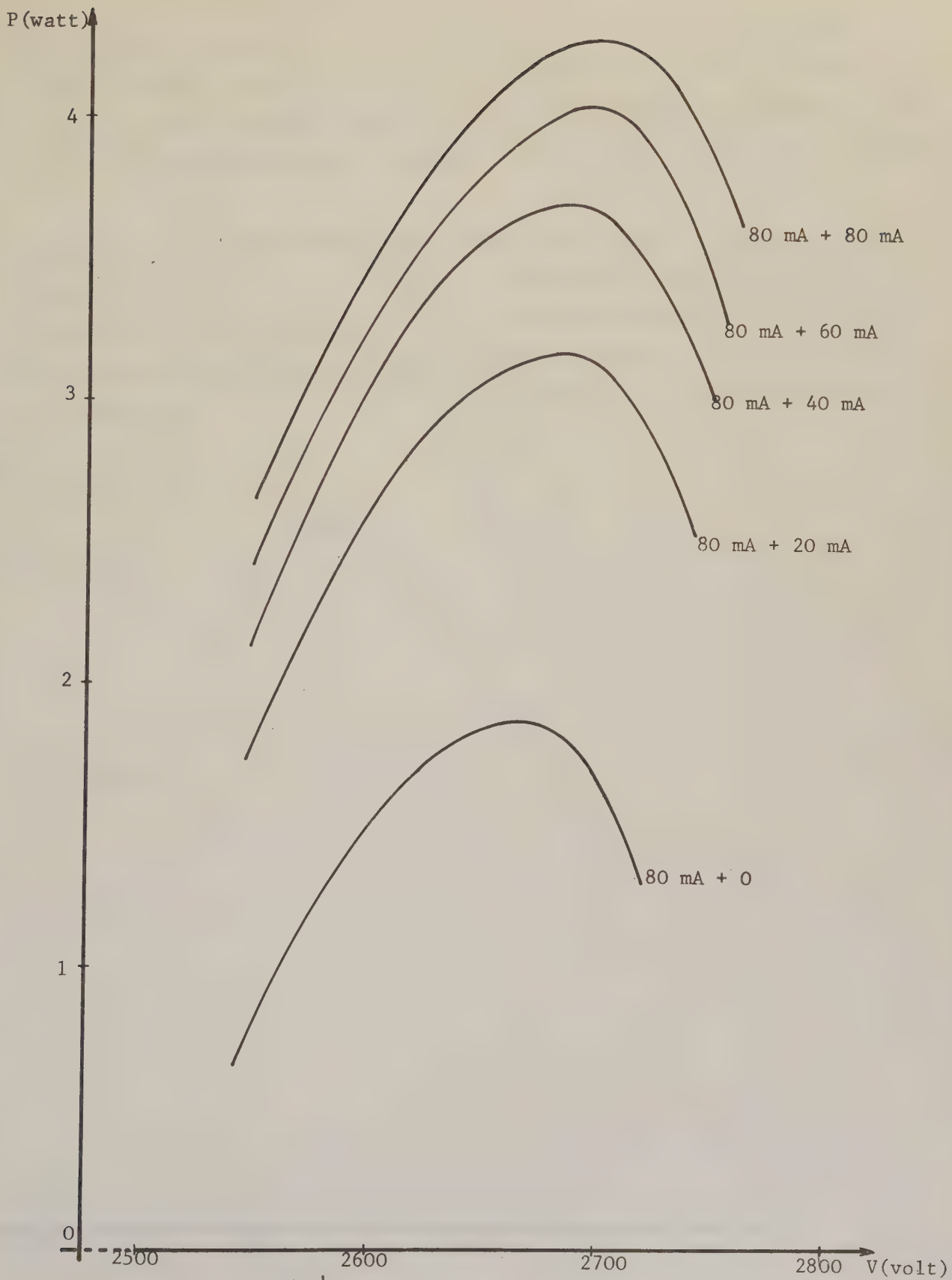


figure 54

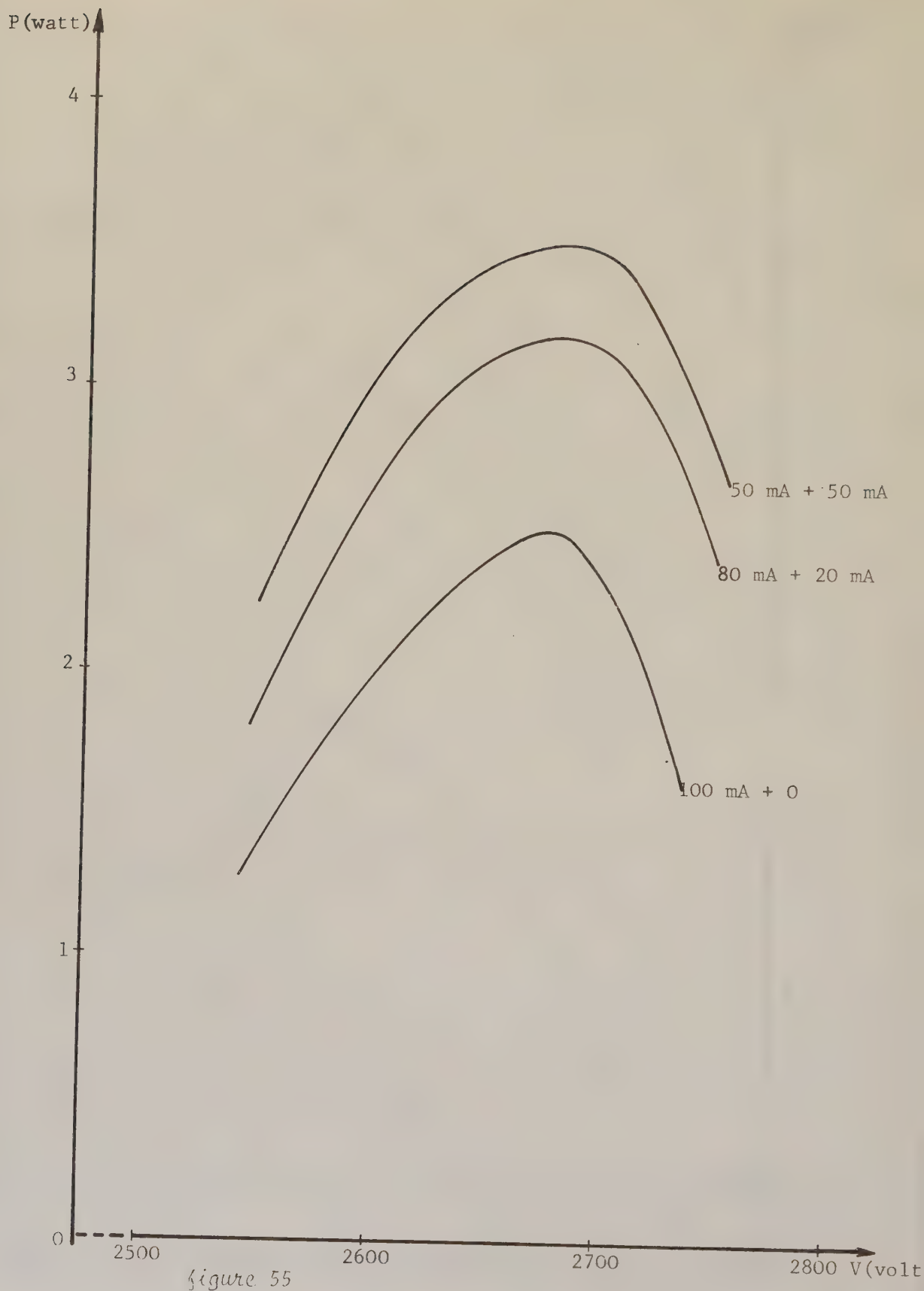


figure 55

des courants est atteinte, la puissance recueillie est alors largement le double de celle fournie par le premier tube fonctionnant seul, dans la même cavité, et dans les mêmes conditions. La possibilité d'additionner des puissances semble donc bien être prouvée.

D'autre part, nous nous sommes préoccupés de l'influence, sur le niveau de puissance disponible, de la distribution entre chaque canal, d'un courant électronique total constant. La figure 55 résume nos observations, faites au moyen d'un courant total transmis de 100 mA ; la puissance maximale est obtenue lorsque le flux électronique est divisé également entre les deux tubes.

—:—

Conclusion

L'objet de notre étude était de rechercher les conditions d'oscillation d'une structure hyperfréquence fonctionnant au moyen de plusieurs faisceaux électroniques, afin d'accroître la puissance disponible.

Procédant à l'analyse du problème, nous avons d'abord étudié un tube élémentaire obtenu par découpage de la structure stérique selon ses plans de symétrie ; ce tube se présente sous la forme d'un guide à section rectangulaire chargé par des cavités sur deux faces opposées.

Dans une première partie, nous avons étudié le circuit, en l'absence du faisceau électronique. La résolution rigoureuse des équations de Maxwell dans le guide chargé nous a permis d'écrire l'équation de dispersion des ondes progressives pouvant exister dans un tel guide, pour les différents modes de propagation, symétriques ou antisymétriques. Après avoir effectué des vérifications expérimentales de cette équation, nous avons recherché numériquement les valeurs à donner aux différents paramètres géométriques pour obtenir, dans la bande de fréquences désirée, une onde suffisamment ralentie, permettant d'espérer une interaction entre celle-ci et le faisceau électronique accéléré sous une différence de potentiel de quelques

milliers de volts. Nous nous sommes également penchés sur le problème des structures bipériodiques, obtenues au moyen de fentes inégales alternées ; ce problème ne pouvant être résolu rigoureusement, à cause de la difficulté de "l'angle vif", nous avons imaginé à partir de considérations intuitives, comment doivent se transformer les courbes de dispersion lors du passage d'un guide périodique à un guide bipériodique, puis nous avons pu tracer expérimentalement des courbes de dispersion associées à un tel guide.

Dans une seconde partie, nous nous sommes intéressés aux phénomènes d'interaction entre les ondes ralenties et le faisceau électronique. L'étude théorique a été faite en utilisant la théorie des petits signaux ; nous l'avons appliquée à une cavité obtenue en limitant une section de guide chargé par deux plans conducteurs. Nous avons montré que l'onde stationnaire régnant à l'intérieur d'une telle cavité, en présence du faisceau, peut être considérée comme la superposition de quatre ondes progressives, trois d'entre elles ayant le sens du faisceau, la quatrième étant une onde de retour. La résolution approchée des quatorze équations obtenues en exprimant les conditions aux limites concernant le champ électromagnétique, la vitesse et la densité des électrons, sur les flancs du canal électronique ainsi qu'à l'entrée et à la sortie du tube, a permis d'obtenir le coefficient d'amplification dans le temps, de l'amplitude de l'onde résultante.

L'étude expérimentale du tube élémentaire ne nous a donné des résultats satisfaisants que dans le cas de plaques métalliques percées de fentes inégales alternées. Plusieurs modes d'oscillation ont pu être observés, à des fréquences différentes et pour diverses tensions d'accélération du faisceau ; ces modes ont été qualitativement interprétés au moyen des résultats de l'étude du circuit. Une étude approfondie a été faite de l'un de ces modes, oscillant à 9,6 GHz, afin d'en préciser les caractéristiques.

Nous avons alors abordé la synthèse de la structure stérique, en assemblant deux tubes élémentaires, et en étudiant le comportement du mode oscillant à 9,6 GHz. Nous avons constaté que deux types d'empilement pouvaient être envisagés et nous croyons avoir montré que deux éléments de

structure fonctionnant simultanément à l'intérieur d'une même cavité, peuvent additionner leurs puissances disponibles respectives. Cependant, nos résultats ont souffert de l'existence d'un taux d'atténuation élevé, dû aux pertes par effet Joule dans les parois ; ces pertes proviennent essentiellement du fait que nos modèles, qui ont l'avantage d'être démontables, ont le grave inconvénient de présenter des contacts imparfaits, générateurs de pertes considérables. En effet, ces modèles sont formés de plusieurs pièces, assemblées par un simple serrage, ou même, dans le cas des pistons, libres les unes par rapport aux autres.

Mais, les diverses caractéristiques de fonctionnement ayant été établies au moyen de ces modèles démontables, nos travaux à venir vont consister, dans un premier temps, à reprendre l'étude de l'extension stérique, au moyen de tubes massifs. D'autres transformations devraient également permettre d'améliorer le rendement de nos structures, tels que leur allongement, une meilleure finition des états de surface, l'utilisation d'un cuivre O.F.H.C., la réduction de la largeur du canal, ...

Il nous sera alors loisible, dans un second temps, et à la faveur de ces améliorations, d'aborder la réalisation de tubes fonctionnant à des fréquences plus élevées ; nous envisageons d'atteindre la bande F (de 90 à 140 GHz), après une étape à la fréquence de 35 GHz. Les plaques métalliques percées de fentes constituant les structures devraient pouvoir être facilement obtenues au moyen des techniques de photogravure actuellement utilisées pour la réalisation des circuits intégrés.

—:—

Bibliographie

OUVRAGES

- J. Arnaud Structures multipériodiques pour tubes à propagation
d'onde de grande puissance. Application au Maser.
(Thèse d'Ingénieur-Docteur - Université d'Orsay) - 1963.
- A.H. Beck Space-charge waves and slow electromagnetic waves.
Pergamon Press - 1958
- F.A. Benson Millimetre and submillimetre waves.
London Iliffe Books - 1969.
- A. Blanc-Lapierre Electronique générale.
G. Goudet Eyrolles - 1959.
P. Lapostolle
- L. Brillouin Propagation des ondes dans les milieux périodiques.
M. Parodi Masson-Dunod - 1956.
- L. de Broglie Problèmes de propagations guidées des ondes électromagné-
tiques.
Gauthier-Villars - 1940-1951.

- | | |
|------------------|--|
| C.H. Dix | Microwave valves. |
| W.H. Aldous | London Iliffe Books - 1966. |
| J.F. Gittins | Power travelling waves tubes.
The English Universities Press - London - 1965. |
| G. Goudet | Electronique industrielle.
Eyrolles - 1955. |
| P.T. Kirstein | Space-charge flow. |
| G.S. Kino | Mc. Graw-Hill Book - 1967. |
| W.E. Waters | |
| J.R. Pierce | Theory and design of electron beams.
D. Van Nostrand - 1949-1954. |
| J.R. Pierce | Travelling-wave tubes.
D. Van Nostrand - 1950. |
| G. Raoult | Les ondes centimétriques.
Masson - 1958. |
| J. Schwinger | Discontinuities in waveguides. |
| D.S. Saxon | Gordon & Breach - Science publishers - 1968. |
| A. Septier | Guides d'ondes - Cavités - Mesures en haute fréquence.
(Théorie et technique des accélérateurs de particules - IX)
INSTN - Saclay. |
| A. Septier | Focusing of charged particles.
Academic Press - 1967. |
| K.R. Spangenberg | Vacuum tubes.
Mc. Graw-Hill Book - 1948. |
| J.A. Stratton | Electromagnetic theory.
Mc. Graw-Hill Book - 1941. |
| J. Voge | Les tubes aux hyperfréquences.
Triodes et tétrodes - Klystrons - Magnétrons - Tubes à
onde progressive.
Eyrolles - 1959. |

ARTICLES

- E.A. Ash A note on impedance and saturation power of a multiple ladder array at millimeter wavelengths.
Journ. of Electronics and Control - Vol. 10, p. 39-43, (1961).
- E.A. Ash Some properties of multiple BWO's.
L. Solymar Trans. IRE, ED 8, p. 99-104, (1961).
A.C. Studd
- E.A. Ash A ladder structure for millimeter waves.
A.C. Studd Trans. IRE, ED 8, p. 294-302, (1961).
- E.A. Ash Structures à onde lente pour oscillateurs à onde inverse
J. Froom dans la gamme des ondes millimétriques.
Revue des Télécom. Vol. 38, n° 2, p. 258-270, (1963).
- A. Blanc-Lapierre Sur la théorie des amplificateurs à ondes progressives.
P. Lapostolle Soc. des Radioélectriciens - (mars 1947).
J.P. Voge
R. Wallauschek
- L. Brillouin Wave guides for slow waves.
Journ. of Applied Physics. Vol. 19, P. 1023-1041, (1948).
- E.L. Chu The theory of disk-loaded wave guides.
W.W. Hansen Journ. of Applied Physics, Vol. 18, p. 996-1008; (1947).
- R. Combe Résultats théoriques et expérimentaux concernant les
M. Feix guides d'ondes chargés et les cavités partiellement
coaxiales.
Il Nuovo Cimento - Série X, Vol. 15, p. 760-773, (1960)
- G. Cornet Propagation des ondes électromagnétiques dans les guides
G. Raoult chargés à section rectangulaire.
C.R. Acad. Sc., t. 258, p. 6096-6098, (1964).
- G. Cornet Résultats numériques concernant les guides d'ondes
G. Raoult chargés à section rectangulaire.
C.R. Acad. Sc., t. 260, p. 2447-2449, (1965).

- G. Cornet
G. Raoult Extension de la méthode de la fonction U de Bromwich
au cas de la résolution des équations de Maxwell dans
les faisceaux électroniques.
C.R. Acad. Sc., t. 262, p. 874-876, (1966).
- O. Doehler
W. Kleen Théorie cinématique de l'échange d'énergie entre un
faisceau électronique et une onde électromagnétique.
Ann. Radioélectricité, t. 2, p. 232-242, (1947).
- F. Fujisawa
T. Nonaka
T. Kanedo The ladderton - A new millimeter wave power oscillation
using ladders.
(Osaka University) - Communication privée.
- R.W. Grow
D.A. Watkins Backward wave oscillator efficiency
Proc. IRE, Vol. 43, p. 848-856, (1955).
- H.R. Johnson Backward waves oscillators.
Proc. IRE, Vol. 43, p. 684-697, (1955).
- A. Karp Travelling-wave tube experiments at millimeter wave-
lengths with a new, easily built, space harmonic circuit.
Proc. IRE, Vol. 43, p. 41-46, (1955).
- A. Karp Backward wave oscillator experiments at 100 to 200
kilomegacycles.
Proc. IRE, Vol. 45, p. 496-503, (1957).
- I. Langmuir
K.B. Blodgett Currents limited by space between coaxial cylinders.
Phys. Rev., Vol. 22, p. 347-356, (1923).
- P. Lapostolle Etude des diverses ondes susceptibles de se propager
dans une ligne en interaction avec un faisceau électro-
nique. Application à la théorie de l'amplificateur à
onde progressive.
Ann. des Télécomm., t. 3, n° 2 et n° 3, (1948).
- A. Leblond
G. Mourier Etude des lignes à barreaux à structure périodique.
Ann. Radioélectricité, t. 9, p. 311-328, (1954).

- M. Matricon Réalisation d'un klystron démontable pour la génération
des ondes millimétriques.
Rev. Techn. CFTH, n° 16, p. 45-52, (1951).
- S. Millman A spatial harmonic travelling wave amplifier for six
millimeter wavelength.
Proc. IRE, Vol. 39, p. 1035-1043, (1951).
- G.G. Monosov Microwave field distribution along the interaction space
of magnetron-type devices.
Radio Engineering and Electronics Physics, n° 7, p. 1085-
1095, (1962).
- G. Mourier Circuits à structure périodique à deux et trois dimen-
sions. Applications possibles aux tubes à ondes progres-
sives.
L'Onde Electrique, Vol. 38, p. 95-100, (1958).
- L. Page Space charge between coaxial cylinders.
N.I. Adams Jr Phys. Rev., Vol. 68, n° 5 et 6, p. 126-129, (1945)
- J.R. Pierce Theory of the beam-type travelling-wave tube.
Proc. IRE, t. 35, p. 111-123, (1947).
- S.J. Smith Visible light from localized surface charges moving
E.M. Purcell accross a grating.
Phys. Rev., Vol. 92, n° 4, p. 1069, (1953).
- W. Walkinshaw Theoretical design of linear accelerator for electrons.
Proc. Physical Society (London), Vol. 61, p. 246-254,
(1948).
- W. Walkinshaw Notes on "wave guides for slow waves".
Journ. of Applied Physics. Vol. 20, p. 634-635, (1949).

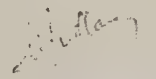
VU ET PERMIS D'IMPRIMER

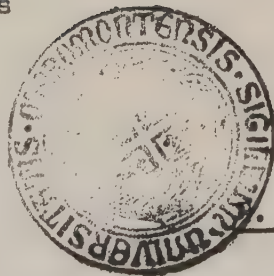
Thèse n° 154 - Série E

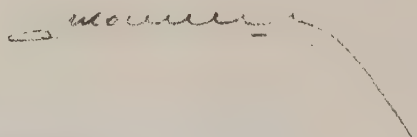
Clermont-Ferrand, le 4 Novembre 1971.

Le Directeur de l'U.E.R.
Sciences Exactes et Naturelles
à dominante Recherche

Le Président,


M. GUILLAUME




M. KOHLMÜLLER

Imprimerie:U.E.R.des Sciences Exactes et Naturelles
Clermont-Ferrand. (dépôt légal)

